UNIVERSITE DU QUEBEC

THESE

PRESENTEE A

L'UNIVERSITE DU QUEBEC A MONTREAL

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DU DOCTORAT EN PHILOSOPHIE

par

SERGE LAPIERRE

LOGIQUE INTENSIONNELLE, ATTITUDES PROPOSITIONNELLES ET COMPETENCE SEMANTIQUE

juillet 1989

Résumé:*

Cette thèse porte sur la problématique de l'analyse des énoncés d'attitudes propositionnelles dans le cadre de la logique intensionnelle. La partie la plus importante de cette thèse propose une solution intéressante au problème de la réitération des verbes d'attitudes propositionnelles, à l'aide de la notion de domaine réflexif (ou domaine de Scott).

Cette thèse comporte six chapitres. Dans le premier, nous présentons dans un premier temps les bases méthodologiques et conceptuelles de la sémantique formelle des langues naturelles, puis dans un deuxième temps, nous présentons une version du système formel de la logique intensionnelle de Richard Montague.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des problèmes qui nous intéressent. D'abord, nous exposons brièvement l'analyse standard (ou traditionnelle) des énoncés d'attitudes propositionnelles dans la logique intensionnelle. Puis nous exposons les deux grands types de problèmes que rencontre cette analyse. Ces deux types de problèmes sont (i) l'échec du principe de substitutivité des énoncés logiquement équivalents dans les contextes d'attitudes propositionnelles, (ii) l'échec de la substitution des items lexicaux de même intension dans ces mêmes contextes. Enfin, nous tentons d'évaluer dans quelle mesure ces deux types de problèmes ont un lien avec la problématique de la compétence sémantique et nous tentons de dégager les aspects de cette problématique qui paraissent pertinents pour une analyse des énoncés d'attitudes propositionnelles.

Dans le troisième chapitre, qui est divisé en quatre sections, nous exposons la stratégie que nous allons suivre pour traiter le premier type de problèmes, à savoir l'échec du principe de substitutivité des énoncés logiquement équivalents dans les contextes d'attitudes propositionnelles. Cette stratégie est celle de l'analyse hyperintensionnelle, qui est basée sur la notion de structure intensionnelle.

Dans le quatrième chapitre nous présentons les principales notions et propositions

* *Le résumé doit être dactylographié à double interligne*

dont nous aurons besoin pour construire les domaines sémantiques de notre système; ce système, nous l'appelons simplement **logique hyperintensionnelle** (LH). Ce chapitre se veut aussi une introduction concise, mais détaillée, aux domaines de Scott. Ainsi, nous y décrivons et commentons dans les détails la construction d'un domaine E isomorphe à son espace de fonctions [E→E].

Le cinquième chapitre, qui est divisé en quatre sections, est consacré à la présentation de notre système LH. Dans la première section, nous présentons la syntaxe et la sémantique de LH. Dans la deuxième, nous appliquons LH à l'analyse de cas paradigmatiques d'énoncés et d'inférences. La troisième section contient les preuves de certaines propositions émises dans la première section. Enfin, dans la dernière section, nous décrivons dans les détails la construction des domaines sémantiques de LH.

Le sixième et dernier chapitre, qui est divisé en quatre sections, porte spécifiquement sur le deuxième type de problèmes, à savoir, l'échec de la substitution des items lexicaux de même intension dans les contextes d'attitudes propositionnelles. Dans la première section, nous discutons brièvement d'une stratégie, celle de la **décomposition lexicale**, pour traiter ce type de problème dans la perspective de l'analyse hyperintensionnelle. Dans la deuxième section, nous présentons et justifions une deuxième stratégie, à savoir, la stratégie quasi-citationnelle. C'est cette stratégie que nous appliquons pour traiter le problème qui nous préoccupe. Enfin, dans la quatrième et dernière section, nous discutons d'une troisième stratégie, à savoir, la stratégie de l'**idiosyncrasie**. Nos considérations portent surtout sur un traitement formel particulier inspiré de cette stratégie, à savoir, la sémantique des **interprétations partielles**.

François Lepage pour Serge Lapierre

Signature du candidat

Date: 16 février 1990

François Lepage

Signature du directeur de recherche

Date: 16 février 1990

Signature du co-auteur (s'il y a lieu)

Date:

Signature du co-directeur (s'il y a lieu)

Date:

Cette thèse a été réalisée
à l'Université du Québec à Montréal
dans le cadre du programme
de doctorat en philosophie extensionné
de l'Université du Québec à Trois-Rivières
à l'Université du Québec à Montréal

REMERCIEMENTS

Je ne saurais assez remercier François Lepage, mon directeur de thèse, pour sa direction exceptionnelle, tant par son suivi serré de mes recherches doctorales que par ses nombreux conseils et encouragements. Je remercie aussi, pour leurs aides financières, le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada, ainsi que les Fonds FCAR pour la Formation de Chercheurs et l'Aide à la Recherche.

RESUME

Cette thèse porte sur la problématique de l'analyse des énoncés d'*attitudes propositionnelles* dans le cadre de la *logique intensionnelle*. Elle aborde aussi, mais dans une proportion moindre, le problème de la *compétence sémantique*, tel qu'il se pose du point de vue de l'application du cadre de la logique intensionnelle à l'analyse des énoncés d'attitudes propositionnelles. Nous ne prétendons pas faire un tour complet de toute la problématique de la sémantique des énoncés d'attitudes propositionnelles. Nous proposons cependant quelques éléments de solutions à certains problèmes précis de cette problématique. Ainsi, la partie la plus importante de cette thèse, qui est très technique, propose une solution intéressante au problème de la réitération des verbes d'attitudes propositionnelles, à l'aide de la notion de domaine réflexif (ou domaine *de Scott*).

Cette thèse comporte six chapitres. Dans le premier, nous présentons dans un premier temps les bases méthodologiques et conceptuelles de la sémantique formelle des langues naturelles, puis dans un deuxième temps, nous présentons une version du système formel de la logique intensionnelle de Richard Montague. C'est ce système, conçu comme un instrument d'analyse des énoncés des langues naturelles, que nous utilisons, et que enrichissons selon les besoins, au cour de cette thèse. Dans un troisième temps, nous indiquons dans quelle mesure il est possible de considérer que le système de la logique intensionnelle, appliqué à l'analyse des langues naturelles, rend compte d'une façon intéressante, dans une perspective cependant très abstraite, de la compétence sémantique.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des problèmes qui nous intéressent. D'abord, nous exposons brièvement l'analyse standard (ou traditionnelle) des énoncés d'attitudes propositionnelles dans la logique intensionnelle. Puis nous exposons les deux grands types de problèmes que rencontre cette analyse. Ces deux type de problèmes sont (i) l'échec du principe de substitutivité des énoncés logiquement équivalents dans les contextes d'attitudes propositionnelles, (ii) l'échec de la substitution des items lexicaux de même intension dans ces mêmes contextes. Enfin, nous tentons d'évaluer dans quelle mesure ces deux types de problèmes ont un lien avec la problématique de la compétence sémantique et nous tentons de dégager les aspects de cette problématique qui paraissent pertinents pour une analyse des énoncés d'attitudes propositionnelles.

Dans le troisième chapitre, qui est divisé en quatre sections, nous exposons la stratégie que nous allons suivre pour traiter le premier type de problèmes, à savoir l'échec du principe de substitutivité des énoncés logiquement équivalents dans les contextes d'attitudes propositionnelles. Cette stratégie est celle de l'*analyse hyperintensionnelle*, qui est basée sur la notion de *structure intensionnelle*. Dans la première section, nous tentons d'identifier la cause fondamentale de l'échec des équivalents logiques dans les contextes d'attitudes propositionnelles. Nous y voyons que les verbes d'AP sont fondamentalement ambigus et nous concluons qu'il est nécessaire d'opter pour une analyse qui rend compte de cette ambiguïté. Dans la deuxième section, nous introduisons, d'abord informellement et ensuite formellement, la notion de structure intensionnelle. Nous montrons comment cette notion permet de rendre compte de l'ambiguïté des verbes d'attitudes propositionnelles et, par conséquent, de certains problèmes concernant la compréhension des énoncés d'attitudes propositionnelles. Dans la troisième section, nous présentons les bases techniques de l'analyse hyperintensionnelle ainsi que le principal problème auquel se heurte cette analyse, à savoir, le problème de la *réitération des verbes d'attitudes propositionnelles*. Dans la quatrième section, nous exposons dans les grandes lignes notre projet d'intégrer l'analyse hyperintensionnelle dans le cadre de la logique intensionnelle et aussi la façon dont nous envisageons de résoudre, à l'aide de la notion de domaine *de Scott*, le problème de la réitération des verbes d'attitudes propositionnelles.

Les quatrième et cinquième chapitres sont techniques. Dans le quatrième chapitre nous présentons les principales notions et propositions dont nous aurons besoin pour construire les domaines sémantiques de notre système; ce système, nous l'appelons simplement *logique hyperintensionnelle* (LH). Ce chapitre se veut aussi une introduction concise, mais détaillée, aux domaines de Scott. Ainsi, nous y décrivons et commentons dans les détails la construction d'un domaine E isomorphe à son espace de fonctions [E -> E].

Le cinquième chapitre, qui est divisé en quatre sections, est consacré à la présentation de notre système LH. Dans la première section, nous présentons la syntaxe et la sémantique de LH. Dans la deuxième, nous appliquons LH à l'analyse de cas paradigmatiques d'énoncés et d'inférences. La troisième section contient les preuves de certaines propositions émises dans la première section. Enfin, dans la dernière section, nous décrivons dans les détails la construction des domaines sémantiques de LH.

Le sixième et dernier chapitre, qui est divisé en quatre sections, porte spécifiquement sur le deuxième type de problèmes, à savoir, l'échec de la substitution des items lexicaux de même intension dans les contextes d'attitudes propositionnelles. Dans la première section, nous discutons brièvement d'une stratégie, celle de la *décomposition lexicale*, pour traiter ce type de problème dans la perspective de l'analyse hyperintensionnelle. Nous concluons que cette stratégie est au mieux applicable à un nombre très restreint de cas et donc qu'elle ne saurait inspirer un traitement formel intéressant du problème. Dans la deuxième section, nous présentons et justifions une deuxième stratégie, à savoir, la stratégie *quasi citationnelle*. C'est cette stratégie que nous appliquons pour traiter le problème qui nous préoccupe. Cette application prend la forme du système LH^+ (comme extension du système LH), que nous présentons dans la troisième section. Enfin, dans la quatrième et dernière section, nous discutons d'une troisième stratégie, à savoir, la stratégie de l'*idiosyncrasie*. Nos considérations portent surtout sur un traitement formel particulier inspiré de cette stratégie, à savoir, la sémantique des *interprétations partielles*. Nous tentons de faire ressortir l'intérêt théorique de cette sémantique, puis, nous expliquons succintement le problème que nous avons rencontré au cours de notre tentative d'intégrer celle-ci dans le cadre de LH.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

Dans cette thèse, nous nous intéressons à certains problèmes que révèle l´analyse des énoncés d´*attitudes propositionnelles* dans le cadre de la *logique intensionnelle*. Par un énoncé d´attitude propositionnelle, nous entendons un énoncé tel:

(1) Pierre croit que Paris est une belle ville.

Cet énoncé exprime en effet une certaine attitude, en l´occurrence une croyance, qu´un certain sujet, Pierre, entretient envers une certaine proposition: que Paris est une belle ville. Le verbe «croire» est un verbe d´attitude propositionnelle, et les verbes «savoir», «désirer», «imaginer», «juger», etc., en sont aussi. Ainsi, tous les énoncés qui contiennent des expressions comme «croit que ...», «sait que ... », «craint que ... », etc., sont des énoncés d´attitudes propositionnelles.

La logique intensionnelle est la partie de la logique qui analyse les énoncés et les inférences où interviennent des contextes *non-extensionnels* (ou contextes *indirects*). Pour ce faire, elle utilise un langage formel spécifié, interprété par une sémantique dans la tradition de la théorie des modèles enrichie de la notion de *dénotation multiple*, et dans lequel un grand nombre de langages possibles, dont des parties de langues naturelles, peuvent être traduits. La logique intensionnelle a surtout été conçue pour l'étude des énoncés des langues naturelles, et à ce titre, elle constitue un instrument d'analyse privilégié pour la sémantique formelle des langues naturelles. Dans la première section du premier chapitre, nous présentons la méthode, les techniques et les concepts théoriques fondamentaux de la sémantique formelle des langues naturelles. Puis dans la seconde section du même chapitre, nous présentons une forme spécifique de logique intensionnelle, à savoir, la logique intensionnelle qui a été mise au point par Richard Montague au début des années soixante-dix. C'est cette forme spécifique de logique intensionnelle, comme instrument d'analyse des énoncés des langues naturelles, que nous allons utiliser, puis enrichir selon les besoins, dans cette thèse.

Bien que, dans la vie de tous les jours, les énoncés d'attitudes propositionnelles sont très simples à comprendre, ceux-ci posent des difficultés énormes à toute théorie de la signification. La sémantique formelle des langues naturelles n'y échappe pas; ainsi, ce que nous appelons l'*analyse standard* (ou traditionnelle) des énoncés d'attitudes propositionnelles dans la logique intensionnelle, fait face à deux grands types de problèmes: (i) l'échec du principe de substitutivité des énoncés *logiquement équivalents* dans les contextes d'attitudes propositionnelles; (ii) l'échec de la substitution des items lexicaux de même intension dans ces mêmes contextes. Ce sont ces deux grands types de problèmes qui nous intéressent. Nous les présentons dans le deuxième chapitre.

Nous ne prétendons nullement résoudre toutes les difficultés particulières qui sont impliquées dans les deux types de problèmes que nous venons de mentionner. Notre propos est plutôt de suggérer quelques éléments de solutions à certaines de ces difficultés. Ainsi, dans le troisième et cinquième chapitres, nous reprenons à notre compte une analyse des énoncés d'attitudes propositionnelles qui permet de traiter, en grande partie, le premier type de problèmes. Il s'agit de l'*analyse hyperintensionnelle*, qui est basée sur la notion de *structure intensionnelle*. Dans la troisième chapitre, nous montrons que l'analyse hyperintensionnelle est en mesure de rendre compte de nombreux problèmes d'interprétation des énoncés d'attitudes propositionnelles. Nous formulons des arguments supplémentaires à l'appui de la thèse que les verbes d'attitudes propositionnelles sont pragmatiquement, sinon sémantiquement ambigus, et que l'analyse hyperintensionnelle est mesure de spécifier en bonne partie cette ambiguïté. Cependant, l'analyse hyperintensionnelle rencontre à son tour certaines difficultés, dont la principale, exposée dans la troisième section du troisième chapitre, est le problème de la réitération des verbes d'attitudes propositionnelles. L'énoncé que voici contient une réitération de verbes d'attitudes propositionnelles:

(2) Pierre croit que Marie sait que Carthage est une banlieue de Tunis.

La partie la plus importante de cette thèse, dont le contenu est très technique et spécialisé, propose une solution intéressante au problème de la réitération de verbes d'attitudes propositionnelles. Cette solution est basée sur la notion de *domaine réflexif* (ou domaine *de Scott*). Nous montrons comment il est possible de construire des domaines de fonctions dont chaque élément peut être également une partie d'une structure intensionnelle qui appartient à son domaine. Nous mettons au point cette solution dans le cadre d'une extension de la logique intensionnelle. Cette extension, nous l'appelons simplement *logique hyperintensionnelle* nous la présentons formellement dans le cinquième chapitre. Les notions et les techniques que nous appliquons pour construire les domaines sémantiques de notre système sont présentées dans le quatrième chapitre; ce chapitre se veut aussi une introduction concise, mais détaillée, aux domaines de Scott. Ainsi, nous y décrivons la construction d'un domaine E isomorphe à son espace de fonctions [E -> E]. A notre connaissance, il n'existe pas, mise à part notre introduction, un texte français introductif aux domaines de Scott. Notons que notre système possède également, outre la propriété que nous venons de mentionner, d'autres propriétés originales et intéressantes; celles-ci sont exposées dans les grandes lignes dans la dernière section du troisième chapitre et d'une façon plus détaillée, dans le cinquième chapitre.

Le second type de problèmes est sans conteste le plus difficile à traiter; il fait l'objet du sixième chapitre. Ce type de problèmes a fourni, et continue toujours de fournir de la matière à un nombre considérable de réflexions et d'écrits. Notre propos n'est pas de faire tout le tour du problème, car sa complexité est telle que cela exigerait au moins une, sinon deux autres thèses d'un volume comparable à celle-ci. Nous nous proposons seulement d'examiner quelques stratégies globales pour traiter ce type de problèmes. Nous expliquons les raisons qui font que l'une de ces stratégies, la stratégie *quasi citationnelle*, nous apparaît la plus intéressante, tant d'un point de vue philosophique que technique. C'est donc cette stratégie, qui consiste à inclure dans les objets des attitudes propositionnelles non seulement les significations des énoncés mais aussi les expressions qui composent les énoncés, que nous appliquons dans le cadre de notre logique hyperintensionnelle. Nous prenons cependant la peine de discuter, dans la dernière section, de la stratégie de l'*idiosyncrasie*, et en particulier de l'une de ses applications, à savoir, la sémantique des *interprétations partielles*. Nous expliquons brièvement les difficultés particulières que avons eu en tentant d'intégrer cette sémantique dans le cadre de notre logique hyperintensionnelle.

Parallèlement au problème de l'analyse des énoncés d'attitudes propositionnelles, nous nous intéressons aussi au problème de la *compétence sémantique*. En effet, on ne peut travailler sérieusement, dans une perspective sémantique, sur les énoncés d'attitudes propositionnelles, sans tôt ou tard se poser la question suivante: étant donné une personne x et un énoncé Φ, qu'est-ce que x doit connaître pour qu'elle puisse comprendre correctement Φ? Cette question ne peut être évitée si l'on présuppose que: (a) nous avons tous des attitudes propositionnelles; (b) nous exprimons leurs contenus par des énoncés; (c) chaque énoncé que nous utilisons pour exprimer un contenu d'attitude propositionnelle a une signification; (d) cette signification correspond au contenu de l'attitude que nous exprimons par l´énoncé; (e) tout locuteur sémantiquement compétent pour une langue L est en principe un agent qui est capable de comprendre les (ou la plupart des) énoncés de L. Ainsi, l´énoncé (1) contient l´énoncé:

(3) Paris est une belle ville,

et on estime que si (1) est *vrai*, alors (3) exprime correctement ce que Pierre croit. Le problème est donc de définir précisément ce qu´*est* la signification de (3), puisque l´on présuppose que cette signification correspond au contenu de la croyance de Pierre. Une fois cela fait, on se demande ce qu´il est nécessaire de connaître pour être en mesure de saisir cette signification; se demander cela, c´est s´interroger sur les conditions que les agents doivent satisfaire pour être compétents sur le plan sémantique. Or comme nous l´expliquons dans la troisième section du deuxième chapitre, il semble que les inadéquations intuitives de l´analyse standard des énoncés d´attitudes propositionnelles nous indiquent que la sémantique formelle requiert une notion beaucoup trop forte de compétence sémantique.

La problématique de la compétence sémantique est cependant extrêmement complexe. Elle intéresse surtout la linguistique et la psychologie de la signification. Mais notre thèse est un ouvrage de philosophie formelle du langage, et, comme nous l´expliquons dans la troisième section du premier chapitre, la philosophie formelle du langage a ses propres présupposés et objectifs théoriques, qui ne coïncident pas tout à fait avec ceux de la linguistique et de la psychologie de la signification. En ce sens, notre thèse ne se veut pas un travail susceptible d´alimenter substantiellement la problématique de la compétence sémantique, du moins telle que cette dernière est conçue par les linguistes et les psychologues de la signification. Elle se veut plutôt une thèse qui aborde cette question selon les techniques, la méthode et les concepts de la sémantique formelle des langues naturelles, d´une part, et d´autre part, uniquement aux endroits où il nous apparaît pertinent de le faire. Néanmoins, à l´intérieur de ses limites, nous pensons très bien montrer, en particulier dans les chapitres 3 et 6, que le problème de la compétence sémantique, tel qu´il se pose du point de vue de l´application de la logique intensionnelle à l´analyse des énoncés d´attitudes propositionnelles, est en partie résolu par les notions que nous introduisons et utilisons pour analyser ces énoncés.

Avant de terminer cette introduction, faisons une petite mise au point. Il est possible de distinguer, dans la classe des énoncés d'attitudes propositionnelles, plusieurs catégories d'énoncés. D'abord, nous pouvons faire une distinction selon les verbes: «savoir», «croire», «désirer», etc. Bien que nous admettons que chacun de ces verbes devrait être idéalement l'objet d'une sémantique spécifique, et qu'il existe aussi des relations logiques entre eux, nous ne faisons aucune distinction explicite entre ceux-ci. Nous assumons que ces verbes ont tous en commun certaines propriétés sémantiques, et ce sont ces propriétés qui nous intéressent. Ensuite, il est possible de distinguer certaines catégories d'énoncés d'attitudes propositionnelles en fonction des caractéristiques sémantiques des énoncés qui suivent les verbes d'attitudes. En particulier, nous pouvons distinguer la catégorie des énoncés d'attitudes propositionnelles qui renferment des énoncés dont l'analyse requiert une sémantique des expressions indexicales, tel:

(4) Pierre croit que *j'ai* gagné la partie.

D'autre part, nous pouvons distinguer la catégorie des énoncés d'attitudes propositionnelles qui renferment des énoncés dont l'analyse requiert une sémantique des opérateurs temporels, tel:

(5) Pierre croit que la température *montera*.

Or sur le plan formel, nous n´accordons aucune attention particulière à l´une et l´autre de ces catégories d´énoncés que nous venons d´indiquer. Cependant, nous présentons, dans le premier chapitre, les notions ainsi que les techniques nécessaires pour analyser les énoncés qui contiennent des expressions indexicales et/ou des opérateurs temporels. Le lecteur sera alors en mesure de réaliser que l´analyse des énoncés d´attitudes propositionnelles qui renferment des énoncés de ce genre ne devraient nous poser aucune difficulté majeure si nous désirions en rendre compte.

CHAPITRE I

SEMANTIQUE FORMELLE, LOGIQUE INTENSIONNELLE ET LANGUES NATURELLES

Ce chapitre est divisé en trois sections. Dans la première, nous présentons les bases méthodologiques et conceptuelles de la sémantique formelle des langues naturelles. Dans la deuxième section, nous présentons une version du système formel de la logique intensionnelle de Richard Montague. Ce système, pouvant servir à l´analyse des langues naturelles, intègre tous les principes et toutes les notions introduits dans la première section. C´est ce système que nous utiliserons, puis que nous allons enrichir selon les besoins, dans le cours de cette thèse. Dans la troisième section, nous allons indiquer dans quelle mesure il est possible de considérer que le système de la logique intensionnelle précédemment décrit, appliqué à l´analyse des langues naturelles, rend compte d´une façon intéressante, dans une perspective cependant très abstraite, de la compétence sémantique.

A. Les bases méthodologiques et conceptuelles de la sémantique formelle des langues naturelles.

Qu'elle soit abordée sous la forme de la sémantique générale de David Lewis[1], ou sous la forme de la grammaire universelle de Richard Montague[2], la sémantique formelle des langues naturelles repose sur un certain nombre de principes méthodologiques et de concepts fondamentaux. Nous pouvons identifier trois principes méthodologiques généraux: le *principe d'universalité*, le *principe de compositionnalité* et le *principe de l'autonomie de la sémantique*. Les principaux concepts de la sémantique formelle des langues naturelles sont les notions d'*extension* et d'*intension*. Dans cette section nous allons expliciter ces principes méthodologiques et ces notions.

A.1. Les principes d'universalité, de compositionnalité et de l'autonomie de la sémantique.

Le principe d'universalité a été clairement exprimé par Richard Montague au début de son article "Universal Grammar":

---

[1] David Lewis, 1970.

[2] Richard Montague, 1970b.

> «There is in my opinion no important theoretical difference between natural languages and artificial languages of logicians; indeed, I consider it possible to comprehend the syntax and semantics of both kinds of languages within a single natural and mathematical precise theory»[3].

Par le principe d'universalité, la sémantique formelle des langues naturelles se donne le même objectif théorique et utilise la même méthode traditionnellement décrit et utilisée pour et dans l'étude des langages artificiels. Cet objectif est plus précisément celui que Alfred Tarski, puis les autres théoriciens de la théorie des modèles[4], ont décrit pour la sémantique des langages formalisés, à savoir définir rigoureusement les notions sémantiques d'*énoncé vrai* (relativement à un modèle) et d'*énoncé valide* (relativement à une classe de modèles)[5]. Quant à la méthode (celle de la théorie des modèles), elle consiste à assigner aux expressions linguistiques des *valeurs*

---

[3] *Ibid*, p.222.

[4] Alfred Tarski, 1936; Leon Henkin, 1949 et 1950; Saul Kripke, 1963.

[5] Par la définition même de son objectif, la théorie des modèles s'intéresse principalement aux énoncés *assertifs*, c'est-à-dire aux énoncés qui peuvent être tenus pour vrais ou faux. Toutefois, des recherches récentes ont fait la preuve qu'il est possible d'utiliser la même méthode et les mêmes techniques de la théorie des modèles pour traiter d'autres types d'énoncés, tels les énoncés performatifs. Nous pensons ici plus spécifiquement aux travaux de John Searle et Daniel Vaderveken, 1985.

sémantiques au moyen de *règles sémantiques récursives*[6]. Dans la grammaire universelle de Montague, il existe une correspondance absolue entre les règles syntaxiques et les règles sémantiques, puisqu'à chaque règle de formation syntaxique correspond une règle sémantique autonome. Il en résulte une sémantique décrite par un homomorphisme entre deux systèmes définis séparément: celui de la structure syntaxique et celui de la structure sémantique.

La méthode de la théorie des modèles est une application rigoureuse du principe de compositionnalité. Ce principe, dû à Gottlob Frege, se formule dans toute sa généralité de la façon suivante: la valeur sémantique de toute expression complexe est fonction des valeurs sémantiques de ses constituants[7]. Ce principe a pour corrolaire le *principe de substitutivité*, selon lequel la substitution d'une expression A à une partie B

---

[6] Nous utilisons le terme «valeur sémantique» dans le sens technique de la théorie des modèles, c'est-à-dire pour désigner n'importe quelle entité, primitive ou complexe, mathématiquement pré-définie, pouvant être associée à une expression linguistique.

[7] Gottlob Frege, 1891, 1892 et 1918. Frege a formulé ce principe de plusieurs façons, mais non dans toute sa généralité comme nous venons de le faire. Cela peut s'expliquer par le fait que celui-ci ne disposait pas d'un concept technique général équivalent à notre concept de valeur sémantique.

d´une expression complexe préserve la valeur sémantique de cette expression complexe si A et B ont la même valeur sémantique[8].

Tout comme le principe de compositionnalité, le principe de l´autonomie de la sémantique est caractéristique de la tradition de la théorie des modèles. Ce principe peut être formulé de plusieurs façons. En voici une formulation qui le décompose en trois sous-principes: (1) les significations ne sont pas des entités linguistiques[9]; (2) elles ne sont pas non plus des entités mentales; (3) elles appartiennent plutôt à une structure *objective*, régie par des lois qui ne sont pas de nature psychologique. Expliquons un peu ce que tout cela signifie.

Le premier sous-principe stipule qu´une relation sémantique est essentiellement une relation entre un symbole et quelque chose qui n´est pas un symbole. Ce premier sous-principe établit que la sémantique n´est pas juste une entreprise de traduction. Le deuxième sous-principe stipule qu´une relation sémantique n´est pas non

[8] Rudolf Carnap (1947, chapitre 1, section 12, pp.51-52) donnait au principe de substitutivité le nom de «principe d´interchangeabilité» («principle of interchangeability»), mais ce nom à été rapidement abandonné.

[9] Nous n´accordons aucun sens technique au terme «signification». Ce terme doit être compris dans son sens intuitif.

plus une relation entre un symbole et une représentation (ou une idée, ou une image) résidant dans le cerveau de l´agent qui utilise le symbole en question ou qui comprend ce que ce symbole signifie. Ce deuxième sous-principe établit d´une façon claire que le propos de la sémantique n´est pas de décrire, ni en tout, ni en partie, la réalité psychologique ou neuro-physiologique sous-jacente à l´utilisation ou à la compréhension du langage. Le troisième sous-principe vient compléter le deuxième en stipulant qu´une relation sémantique est une relation entre un symbole et quelque chose dont la nature est essentiellement *publique*. De ce point de vue, les significations sont à la sémantique ce que les nombres sont aux mathématiques. Le propos de la sémantique formelle est précisément de décrire un ensemble de systèmes sémantiques abstraits possibles par lesquels les expressions sont associées à des aspects du monde extérieur[10].

---

[10] Les sous-principes (2) et (3) réunis sont évidemment compatibles avec une certaine conception platonicienne de la signification, comme celle de Frege (exprimée très clairement dans Gottlob Frege, 1918), mais ils ne renferment pas explicitement une telle conception. Les mathématiques ne sont pas en elles-mêmes platoniciennes. Il en va de même pour la sémantique formelle. Comme l´a fait remarquer Rudolf Carnap, dans "Empiricism, Semantics, and Ontology" (dans *op. cit.*, pp. 205-221), les questions relatives à l´existence et au statut ontologique des entités sémantiques sont externes par rapport au cadre linguistique de la sémantique, tout comme les questions relatives à l´existence et au statut ontologique des nombres sont externes par rapport au cadre linguistique

Nous aurons forcément à revenir sur le principe de l´autonomie de la sémantique, notamment dans la troisième section, puisque nous *y* parlerons de la compétence sémantique, notion éminemment mentaliste. Nous allons maintenant expliciter dans le détail les notions d´extension et d´intension.

A.2. Les notions d´extension et d´intension.

Qu´est ce que la signification? Depuis Frege, et aussi depuis les travaux de Rudolf Carnap sur les langages intensionnels, les philosophes du langage s´entendent généralement pour distinguer au moins deux composants dans la signification de toute expression linguistique: l´extension (ou la *dénotation*) et l´intension (ou le *sens*) de l´expression[11]. Les théoriciens de la sémantique

---

des mathématiques. Rien ne nous empêche cependant de considérer que les significations que caractérisent la sémantique formelle sont des artefacts, des constructions humaines. Un objet construit n´est pas moins objectif qu´un objet naturel, tel un astre que l´on découvre à travers un télescope.

[11] Les notions de dénotation et de sens sont de Frege (elles sont explicitées dans Gottlob Frege, 1892) et elles correspondent, à quelques détails près, aux notions d´extension et d´intension respectivement, qui, elles, sont de Rudolf Carnap (elles sont explicitées dans Rudolf Carnap, *op. cit.*, chapitre 1, sections 1 à 12, pp.1-51). Les théoriciens de la sémantique formelle ont pris l´habitude d´utiliser d´une façon interchangeable les termes «dénotation» et «extension» d´une part, et les termes «sens» et «intension» d´autre part. Nous ferons, pour l´instant, la même chose.

formelle s'entendent sur une façon de caractériser formellement les extensions et les intensions qui obéissent au principe de compositionnalité. Afin de présenter informellement les notions d'extension et d'intension ainsi que leurs caractérisations formelles standards, nous désignerons l'intension et l'extension d'une expression linguistique Ω par Ext(Ω) et Int(Ω) respectivement.

A.2.1. La notion d'extension.

En général, pour analyser des énoncés assertifs simples, la notion d'extension est suffisante. Informellement, l'extension d'une expression linguistique est l'entité extra-linguistique que l'expression désigne, s'il s'agit d'un nom, ou l'ensemble des entités extra-linguistiques auxquelles l'expression s'applique, s'il s'agit d'un terme général. Plus précisément, si U est l'ensemble des individus et Ω est un nom, alors $Ext(\Omega) \in U$. Si Ω est un terme général, ou un verbe intransitif, alors $Ext(\Omega) \subseteq U$. Plus généralement, si Ω_n est un prédicat n-aire (pour $n \geq 1$), alors $Ext(\Omega_n) \subseteq U^n$[12].

---

[12] Nous employons la notation standard de la théorie des ensembles: si A est n'importe quel ensemble, A^n est le n-ième produit cartésien de A (ex: $A^3 = A \times A \times A$).

Il existe cependant une façon équivalente mais plus intéressante de caractériser les extensions. En effet, au lieu d'assigner à un terme général ou à un verbe intransitif un sous-ensemble de U, on peut lui assigner la *fonction caractéristique* de ce sous-ensemble. Soit 2 = {0, 1}; la fonction caractéristique d'un sous-ensemble X de U est la fonction $Cx: U \to 2$ qui assigne 1 à chaque individu dans U qui appartient à X et 0 à tous les autres. La fonction Cx ainsi définie appartient donc à l'ensemble 2^U[13]. La caractérisation des extensions comme fonctions à un argument correspond à la notion de *dénotation d'un prédicat,* suggérée par Frege[14]. Elle se généralise facilement pour caractériser les extensions d'autres expressions. Ainsi l'extension d'un prédicat binaire se caractérise comme une fonction caractéristique à deux arguments, c'est-à-dire comme un élément de $(2^U)^U$; l'extension d'un prédicat ternaire se caractérise comme une fonction caractéristique à trois arguments, c'est-à-dire comme un élément de $((2^U)^U)^U$, et ainsi de suite.

Selon une idée de Frege, tout énoncé assertif a également une extension: le *vrai* si l'énoncé est vrai et le *faux* s'il est faux. En considérant les éléments 0 et 1

---

[13] Conformément à la notation standard, si A et B sont deux ensembles, A^B est l'ensemble des fonctions de B dans A.

[14] Gottlob Frege, 1891.

dans 2 comme les valeurs de vérité *faux* et *vrai* respectivement, on s'aperçoit que notre caractérisation montre directement comment l'extension d'un énoncé assertif est fonction des extensions de ses constituants. En effet, considérons par exemple les assignations suivantes: Ext(«Richard») $\in U$ et Ext(«danse») $\in 2^U$. Nous pouvons alors poser l'équation:

Ext(«Richard danse») = Ext(«danse»)(Ext(«Richard»)).

On constate que l'on interprète une concaténation comme une application fonctionnelle, qui fournit l'extension d'une expression, ici la valeur de vérité d'un énoncé assertif, à partir des extensions des expressions qui la composent. Cette interprétation constitue une application élégante du principe de compositionnalité[15].

---

[15] Le principe de compositionnalité pour les extensions a été explicitement formulé par Frege. Considérez par exemple ce passage (dans *idem*, 1892, p. 109): «... on peut toujours chercher quelle est la dénotation d'une proposition si on peut déterminer la dénotation des parties de la proposition. Tel est le cas, et toujours le cas, quand on veut déterminer la valeur de vérité de la proposition». Soulignons que dans cet extrait, le terme «proposition» est la traduction du terme allemand «Satz», lequel est l'équivalent du terme français «phrase» (ou «énoncé»).

A.2.2. La notion d'intension.

Il existe cependant des énoncés dont les valeurs de vérité ne semblent pas dépendre des extensions de leurs constituants. Entrent dans cette catégorie les énoncés qui contiennent ce que Frege appelait des contextes *indirects*, ou ce que Quine appelait des contextes *opaques*[16]. De tels contextes sont fréquemment introduits par «que». Les contextes modaux de nécessité et de possibilité sont les paradigmes des contextes opaques, dans lesquels les expressions coextensives ne sont pas en général intersubstituables *salva veritate*. Nous en avons pour preuve le célèbre exemple de Quine:

Il est nécessaire que 9 > 7

9 = le nombre de planètes

Il est nécessaire que le nombre de planètes > 7

Les deux prémisses de ce raisonnement sont vraies, mais sa conclusion est évidemment fausse. Cela contredit nettement le principe de substitutivité, et par conséquent le principe de compositionnalité des extensions.

---

[16] W.V.O Quine, 1953. Rudolf Carnap (*op. cit.*, chapitre 1, section 11, pp.46-51) qualifiait de *non-extensionnels* («nonextensional») de tels contextes.

Depuis Frege, mais surtout depuis Carnap, on tient pour acquis que l´analyse des raisonnements modaux requiert non seulement la notion d´extension mais aussi celle d´intension. Informellement, on peut définir l´intension d´une expression linguistique Ω comme la partie de la valeur sémantique de Ω dont la connaissance permet de déterminer l´extension de Ω. Mais en général on préfère définir la notion d´intension sur la base de la thèse principale de la théorie vériconditionnelle de la signification, qui a été originellement formulée par Ludwig Wittgenstein dans son *Tractatus logico-philosophicus*: la signification de tout énoncé assertif est l´ensemble de ses conditions de vérité[17]. Si l´on identifie signification et intension, alors on peut définir l´intension d´un énoncé assertif comme l´ensemble de ses conditions de vérité. De ce point de vue, connaître l´intension d´un énoncé, c´est savoir sous quelles conditions il est vrai et sous quelles conditions il est faux. Reste maintenant à définir plus précisément la notion d´intension pour les autres expressions. Reste aussi à fournir une caractérisation formelle des intensions qui montre précisément *comment* l´intension d´un énoncé *dépend* des intensions de ses constituants.

[17] Ludwig Wittgenstein, 1921, 4.024: «To understand a proposition means to know what is the case if it is true».

La première suggestion pour une caractérisation formelle des intensions remonte à Carnap. Celui-ci a suggéré de les caractériser comme des fonctions de *descriptions d´états* («state-descriptions») dans les extensions, où chaque description d´état est censé représenter un état possible du monde[18]. Dans le cas d´un énoncé, cela équivaut à donner la fonction caractéristique de l´ensemble des états possibles du monde qui le rendraient vrai si ces états étaient réalisés, ce qui revient bien à donner ses conditions de vérité. Pour les autres expressions, cette caractérisation équivaut à préciser quelle serait leur extension si tel et tel état possible du monde était réalisé. Par exemple, dans l´état actuel du monde, l´expression «le nombre de planètes» a pour extension le nombre neuf car il y a neuf planètes, mais s´il y avait sept planètes au lieu de neuf, son extension serait plutôt le nombre sept. A la lumière de cette caractérisation, nous pouvons dire que connaître l´intension de l´expression «le nombre de planètes», c´est savoir que son extension est le nombre N si l´on sait qu´il y a N planètes.

---

[18] Rudolf Carnap, *op. cit.*, chapitre 1, section 2, pp.9-10 et chapitre 5, section.40, pp.177-182.

Carnap a défini ses descriptions d'états comme des ensembles maximalement consistants d'énoncés[19]. Du point de vue de la théorie des modèles, de tels ensembles maximalement consistants d'énoncés peuvent se comparer à des modèles pour les langages extensionnels. Toutefois, Saul Kripke[20] a montré qu'il est théoriquement plus intéressant de considérer les états possibles du monde comme des entités primitives, simplement appelées «mondes possibles». Soit I l'ensemble des mondes possibles. On caractérise l'*intension carnapéenne* d'une expression Ω comme une fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i)$ est l'extension de Ω à i[21]. Plus spécifiquement, si Ω est un nom, alors $Int(\Omega) \in U^I$; si Ω est un terme général, alors $Int(\Omega) \in (2^U)^I$ (et ainsi de suite pour les prédicats n-aires); si Ω est un énoncé assertif, alors $Int(\Omega) \in 2^I$. Afin de désigner les différentes sortes d'intensions, on utilise habituellement la terminologie suggérée par Carnap. Ainsi, tout élément

---

[19] L'adjectif «consistant» est un anglicisme dont l'usage fait maintenant partie des moeurs des logiciens de langue française. Un ensemble d'énoncé est consistant si on ne peut en déduire une contradiction; il est maximalement consistant s'il est consistant, contient tous les énoncés que l'on peut en déduire et devient inconsistant si on lui ajoute un énoncé qu'il ne contient pas.

[20] Saul Kripke, *loc. cit.*

[21] Nous utilisons l'expression «intension carnapéenne» pour traduire «Carnapian intension», qui est de David Lewis, *loc. cit*, p. 194.

de U^I est un *concept individuel*; tout élément de $(2^U)^I$ est une *propriété* (ou *concept général)*; enfin tout élément de 2^I est une *proposition*. Nous désignerons désormais l'extension de Ω à i par $Ext_i(\Omega)$, c'est-à-dire: $Ext_i(\Omega) = Int(\Omega)(i)$.

Il est possible de définir récursivement l'assignation des intensions aux expressions de façon à satisfaire le principe de compositionnalité, c'est-à-dire de telle sorte que l'intension assignée à une expression complexe soit toujours fonction des intensions assignées à ses constituants. Soit par exemple Int(«danse») $\in (2^U)^I$ et Int(«Richard») $\in U^I$. La méthode consiste à définir Int(«Richard danse»), c'est-à-dire la proposition que Richard danse, comme la fonction $f{:}I \rightarrow 2$ telle que pour tout $i \in I$:

$$f(i) = Ext_i(\text{«danse»})(Ext_i(\text{«Richard»})).$$

Comment rendre compte de l'échec du principe de compositionnalité des extensions dans les contextes indirects, comme dans l'exemple de Quine? Dans l'intention de préserver le principe de compositionnalité pour les extensions, Frege a émis l'hypothèse qu'aucune expression apparaissant dans un contexte indirect n'a son extension habituelle mais a plutôt pour extension son intension habituelle, qu'on appelle son extension *indirecte*. Toute expression qui crée des contextes indirects serait ainsi non pas sensible aux extensions ordinaires des expressions mais plutôt aux extensions indirectes de celles-ci[22]. Nous pouvons appliquer cette hypothèse à l'analyse des énoncés modalisés, en considérant que la modalité de la nécessité est un prédicat de propositions. Symbolisons ce prédicat par «Nec» (désormais nous laisserons tomber les guillemets pour les symboles). Par conséquent, nous définissons Int(Nec) comme une fonction de I dans les fonctions de propositions dans les valeurs de vérité. Plus précisément, selon l'interprétation de cette modalité dans la sémantique de Kripke, Int(Nec) est la fonction de I dans $2^{(2^I)}$ telle que pour tout $i \in I$, $Ext_i(Nec)$ est la fonction qui assigne à chaque proposition $P \in 2^I$ la valeur 1 si et seulement si pour tout $i \in I$, $P(i) = 1$[23]. Convenons de plus que pour toute expression Ω, $^\wedge\Omega$ est

---

[22] Gottlob Frege, *loc. cit.*, pp.112-114.

[23] On constate que Nec est l'analogue de l'opérateur de nécessité: $\Box$. Pour tout énoncé Φ, $\Box\Phi$ est vrai si et seulement si Φ est vrai dans tous les mondes possibles. Puisque nous ne stipulons aucune relation d'accessibilité sur I, Nec est l'analogue de l'opérateur de nécessité dans le système S_5 (voir Saul Kripke, *loc. cit.*).

l'expression dont l'extension est l'intension de Ω, c'est-à-dire que pour tout $i \in I$, $Ext_i(^\wedge\Omega) = Int(\Omega)$[24]. En particulier, si Ω est un énoncé, alors $^\wedge\Omega$, qui peut se lire ⌜que Ω⌝, dénote la proposition que Ω exprime. Par conséquent, tout énoncé de la forme ⌜Il est nécessaire que Ω⌝, peut être analysé comme $Nec^\wedge\Omega$, si bien que pour n'importe quel $i \in I$, $Ext_i(Nec^\wedge\Omega) = Ext_i(Nec)(Ext_i(^\wedge\Omega))$. Il s'ensuit que dans le contexte $Nec^\wedge\Omega$, toute substitution d'expressions dans Ω est autorisée sans restriction si les expressions en question ont la même intension et non seulement la même extension. Ce principe de substitutivité rend évidemment compte du paradoxe de Quine. En effet, les expressions «9» et «le nombre de planètes» n'ont certainement pas la même intension et cette différence induit à son tour une différence entre les conditions de vérité de l'énoncé «9 > 7» et celles de l'énoncé «le nombre de planètes > 7».

---

[24] Donc $Int(^\wedge\Omega)$ est l'*intension indirecte* de Ω: c'est la fonction constante qui assigne $Int(\Omega)$ à chaque $i \in I$. Notons que l'usage de l'opérateur '^' remonte à Richard Montague, 1970a. Les anglo-saxons ont donné à cet opérateur le nom «cap» et ont aussi donné à son inverse, 'ˇ', le nom «cup». Il n'existe pas en français des équivalents de ces noms qui soient aussi concis et imagés («chapeau» et «tasse» font plutôt lourd). Pour cette raison, nous utiliserons les noms anglais, en les mettant en italiques.

Le même genre d'analyse peut également servir pour traiter les expressions dites non-extensionnelles, dont les adjectifs *non-intersectifs*[25], tels «présumé» et «ancien». L'adjectif «présumé» n'est pas intersectif car l'extension de l'adjectif composé «présumé communiste», par exemple, ne peut pas se définir comme l'intersection de la classe des communistes et de la classe des présumés. La solution à ce problème consiste à caractériser l'intension d'un adjectif non-intersectif comme une fonction de I dans les fonctions de propriétés dans les extensions de propriétés, c'est-à-dire comme un élément de l'ensemble:

$$\left((2^U)^{((2^U)^I)}\right)^I$$

Une telle caractérisation nous invite naturellement à analyser l'expression «présumé communiste» comme «présumé ^communiste». Par conséquent, pour n'importe quel $i \in I$, Ext_i(«présumé ^communiste») est comme il se doit donnée par Ext_i(«présumé»)(Ext_i(«^communiste»)).

Si la caractérisation des intensions en termes de fonctions de mondes possibles dans les extensions apparaît adéquate pour l'analyse des modalités aléthiques du nécessaire et du possible et les expressions non-

[25] Ici nous utilisons les termes «non-intersectif» et «intersectif» pour traduire les termes anglais «non-intersective» et «intersective» respectivement.

extensionnelles en général, elle s'avère cependant insuffisante pour l'analyse des opérateurs temporels et les indexicaux (démonstratifs et pronoms). En effet, il est clair que la vérité ou la fausseté d'un énoncé au futur, telle «Jean s'achètera une voiture», ne dépend pas de l'état présent du monde mais de son état à venir. Notons également que plusieurs expressions, telle «le premier ministre du Québec», ont des extensions qui sont susceptibles de varier non seulement en fonction des mondes possibles mais aussi en fonction des moments du temps. Quant aux expressions indexicales, elles ont la propriété de varier en extension en fonction des contextes où elles sont utilisées. Par exemple, l'expression «je» ne désigne aucun individu en particulier, mais désigne toujours l'individu qui l'utilise.

Afin de pouvoir fournir une analyse unifiée des modalités aléthiques, des opérateurs temporels et des indexicaux, Richard Montague[26], Dana Scott[27] et David Lewis[28] ont suggéré d'enrichir la notion d'intension en définissant chaque élément $i \in I$ comme un n-tuplet $\langle w, t, p, l, a, \ldots \rangle$, où w est un monde possible, t est un moment du temps, $p = \langle x, y, z \rangle$ est une position spatiale, l est un locuteur, a est un auditeur, etc. Chaque $i \in I$ ainsi défini devient un *point de référence* dont chaque élément est une *coordonnée*. En général, si Ω est une expression indexicale ou une expression qui contient un ou plusieurs indexicaux, alors pour n'importe quel $i \in I$, $Ext_i(\Omega)$ est donnée par certaines coordonnées dans i. Par exemple, Ext_i(«je») est le locuteur de i; Ext_i(«ici») est la position de i; Ext_i(«maintenant») est le temps de i; Ext_i(«tu») est l'auditeur de i, etc. Ainsi, en définissant Ext_i(«existe») comme la fonction caractéristique de l'ensemble des individus qui existent

[26] Richard Montague, 1968 et 1970a.

[27] Dana Scott, 1970.

[28] David Lewis, *loc. cit.*

dans le monde et au temps de i, Ext_i(«j´existe») est donnée comme il se doit par Ext_i(«existe»)(Ext_i(«je»))[29].

Jusqu´à présent, nous avons parlé seulement des intensions carnapéennes, c´est-à-dire de ces intensions caractérisées comme des fonctions de mondes possibles (ou de points de référence) dans les extensions. Appelons *méthode₁* la méthode qui consiste à caractériser les intensions comme des intensions carnapéennes. Il existe une autre méthode pour caractériser les intensions, que nous appellerons *méthode₂*. Selon cette dernière méthode,

[29] Selon une idée de David Kaplan (1979), elle-même inspirée par une considération de Frege (exprimée dans Gottlob Frege, 1918, p.178) l´intension de toute expression indexicale est déterminée par le contexte d´énonciation dans lequel elle est utilisée, si bien qu´une même expression indexicale, ou une même expression contenant un ou plusieurs indexicaux, exprime des intensions différentes en fonction de différents contextes d´énonciation. Par exemple, dans un contexte c donné, «je» aurait pour intension le concept individuel défini comme la fonction constante de mondes possibles dans les individus et qui assigne le locuteur du contexte c à chaque monde possible. Une telle analyse nous amène à rejeter la notion de point de référence et à introduire un troisième niveau dans les valeurs sémantiques: le *caractère*. Pour n´importe quelle expression A, le caractère de A est une fonction de contextes d´énonciation dans les intensions, lesquelles sont des fonctions de mondes possibles dans les extensions. Nous retrouvons, du moins sur le plan formel, une analyse similaire dans la théorie de la référence de Montague (1970b, section 4) où les pleines valeurs sémantiques des expressions sont définies comme des fonctions de I X J dans les extensions, où I est un ensemble de paires ordonnées formées d´un monde possible et d´un moment du temps et J est un ensemble de contextes d´énonciation («context of uses»). Par le théorème de Schönfinkel: $A^{B \times C} \approx (A^B)^C$, on constate que ces fonctions sont formellement équivalentes aux caractères de Kaplan.

adoptée entre autres par David Lewis[30] et Max Cresswell[31], seulement certaines intensions sont caractérisées comme des intensions carnapéennes, les autres intensions étant alors définies comme des fonctions d'intensions dans d'autres intensions. Les expressions qui ont des intensions carnapéennes sont habituellement les noms et les énoncés. Sur cette base, l'intension d'un terme général est définie comme une fonction de concepts individuels dans les propositions, c'est-à-dire comme un élément de $(2^I)^{(U^I)}$; les intensions des opérateurs propositionnels sont définies comme des fonctions de propositions dans les propositions, c'est-à-dire comme des élément de $(2^I)^{(2^I)}$, et ainsi de suite. Il s'ensuit que les intensions caractérisées selon la méthode$_2$ obéissent directement au principe de compositionnalité. Int(«Richard danse») par exemple est simplement Int(«danse»)(Int(«richard»)). La méthode$_1$ et la méthode$_2$ ne diffèrent pas fondamentalement sur le plan théorique, mais elles ont cependant leurs avantages et leurs inconvénients respectifs. La méthode$_2$ est plus simple que la méthode$_1$ si on limite notre analyse au niveau des intensions. En revanche, si on désire rendre compte de phénomènes extensionnels aussi bien que de

---

[30] David Lewis, *loc. cit.*

[31] Max Cresswell, 1973.

phénomènes intensionnels, alors la méthode$_1$ s'avère plus complète.

Les notions que nous venons de présenter, une fois intégrées dans le cadre de la théorie des modèles, peuvent directement servir à l'analyse des langues naturelles. Toutefois il s'avère plus pratique de les appliquer à l'aide d'un langage formel intermédiare, appelé logique intensionnelle. L'opération consiste en gros à traduire une partie d'une langue naturelle donnée (dont la syntaxe a été préalablement spécifiée) dans la logique intensionnelle, laquelle est directement interprétée par les règles de la sémantique formelle. De cette façon, la partie de la langue naturelle qui est analysée est indirectement interprétée par ces mêmes règles sémantiques. Nous allons maintenant décrire dans le détail un tel langage formel intermédiaire ainsi que le processus de traduction.

B. La logique intensionnelle.

Comme nous l'avons annoncé au début de ce chapitre, le système que nous allons décrire et que nous désignerons simplement par LI (logique intensionnelle) est plus spécifiquement une version du système formel qui fut d´abord mis au point par Richard Montague[32] et qui fut ensuite axiomatisé par Daniel Gallin[33]. Ce système est formé d´un langage formel à grammaire λ-catégorielle d´ordre supérieur et d´une sémantique dans la tradition de la théorie des modèles qui en fournit l´interprétation. L´intérêt d´un tel système pour l´analyse des langues naturelles réside dans la transparence de la syntaxe du langage λ-catégoriel à sa sémantique, ce qui permet de représenter précisément les propriétés sémantiques des expressions des langues naturelles.

Le cadre théorique général dans lequel le système LI est utilisé pour l´analyse des langues naturelles est la grammaire universelle de Montague. Comme son nom l´indique, il s´agit d´une grammaire à prétention universelle, comprenant une théorie de la syntaxe, une théorie de la signification, un théorie de la référence et une théorie de la traduction[34]. Voici la description du rôle particulier que joue le système LI dans l´analyse des langues naturelles.

---

[32] Richard Montague, *loc. cit.*, section 6, pp.233-237.

[33] Daniel Gallin, 1975, chapitre 1, pp.1-40.

[34] Richard Montague, *loc. cit.*, sections 2 à 5, pp.225-223.

Soit L une partie d´une langue naturelle déjà analysée en termes de catégories et de règles syntaxiques et L´ le langage formel de la logique intensionnelle. L et L´ sont deux systèmes décrits comme des algèbres. L´ est déjà interprété au moyen d´un homomorphisme h:L´ -> M, où M est un système autonome de valeurs sémantiques, lui aussi décrit comme une algèbre. Soit k:L -> L´ une fonction de traduction de L dans L´. k est un homomorphisme de l´algèbre L dans l´algèbre L´. La fonction d´interprétation pour L est alors l´homomorphisme h´:L -> M déterminé par k et h. Il s´agit précisément de la composition de k et h, c´est-à dire que h´ = (h o k)[35]. Le diagramme suivant illustre le processus:

$$\begin{tikzcd} L \arrow[r, "k"] \arrow[dr, dotted, "h'"'] & L' \arrow[d, "h"] \\ & M \end{tikzcd}$$

Voici maintenant la description du système LI.

---

[35] Etant donné deux fonctions f:A -> B et g:B -> C, (g o f) est la fonction f:A -> C telle que pour tout x ∈ A, f(x) = g(f(x)). Le théorème suivant est classique: étant donné trois ensembles structurés S, S´ et S´´, si f:S -> S´ et g:S´ -> S´´ sont des homomorphismes alors (g o f):S -> S´´ est un homomorphisme.

B.1. La hiérarchie des types de LI.

Une des principales caractéristiques du système LI est la notion de *type*. La première théorie formelle des types remonte à Alonzo Church[36]. Ce dernier a ensuite étendu cette théorie en y incluant les notions frégéennes de dénotation et de sens[37]. Toutefois, cette théorie n'était pas accompagnée d'une sémantique dans la tradition de la théorie des modèles. Le système LI comble cette lacune.

Chaque type de LI désigne à la fois une catégorie syntaxique et une sorte d'entités sémantiques. La hiérarchie des types de LI est le plus petit ensemble T récursivement défini comme suit:

(i) $e, t \in T$;

(ii) si $\alpha, \beta \in T$, alors $\langle\alpha,\beta\rangle \in T$;

(iii) si $\alpha \in T$, alors $\langle s,\alpha\rangle \in T$.

Désormais, lorsqu'aucune confusion ne sera à craindre, nous écrirons $\alpha\beta$ pour $\langle\alpha,\beta\rangle$, $\alpha\alpha\beta$ pour $\langle\alpha,\langle\alpha,\beta\rangle\rangle$ et $s\alpha$ pour $\langle s,\alpha\rangle$.

---

[36] Alonzo Church, 1940.

[37] *Idem*, 1951.

B.2. La syntaxe de LI.

B.2.1. Les expressions syncatégorématiques de LI.

Les expressions *syncatégorématiques* de LI sont: [,], λ, $^\wedge$, $^\vee$ et $\equiv$ (respectivement: les crochets, l'opérateur *lambda*, les opérateurs *cap* et *cup* et le signe de l'identité).

B.2.2. Les termes de LI.

Soit pour chaque $\alpha \in T$ un ensemble $Con\alpha$ (au plus dénombrable) de *constantes*:

$$c_\alpha^0,\ c_\alpha^1,\ c_\alpha^2,\ \ldots,\ c_\alpha^n,\ c_\alpha^{n+1},\ \ldots$$

et $Var\alpha$ un ensemble (au plus dénombrable) de *variables:*

$$v_\alpha^0,\ v_\alpha^1,\ v_\alpha^2,\ \ldots,\ v_\alpha^n,\ v_\alpha^{n+1},\ \ldots$$

Pour n'importe quel $\alpha \in T$, l'ensemble des *termes de type* α est le plus petit ensemble $Trm\alpha$ tel que:

(i) $Con\alpha \cup Var\alpha \subseteq Trm\alpha$;

(ii) si $A \in Trm\alpha\beta$ et $B \in Trm\alpha$, alors $[AB] \in Trm\beta$;

(iii) si $A, B \in Trm\alpha$, alors $[A \equiv B] \in Trmt$;

(iv) si $A \in Trm\alpha$, alors $^\wedge A \in Trms\alpha$;

(v) si $A \in Trms\alpha$, alors $^\vee A \in Trm\alpha$;

(vi) si $A \in Trm\beta$ et $v \in Var\alpha$, alors $\lambda v.A \in Trm\alpha\beta$.

Cela complète la liste des termes de LH. Désormais, nous écrirons: $A\alpha$, $B\alpha$, ..., etc., pour désigner des termes dans $Trm\alpha$; $c\alpha$, $c'\alpha$, ..., etc., pour désigner des constantes dans

Con_α; v_α, v'_α, ..., etc., pour désigner des variables dans Var_α.

Voici maintenant les notions utilisées pour désigner les propriétés des variables et des expressions qui en contiennent. Une *occurrence* d'une variable v dans un terme A est *liée* si elle apparaît dans une partie $\lambda v .B$ dans A; autrement, elle est *libre*. Une *variable* v dans un terme A est *liée* si toutes ses occurrences dans A sont liées; autrement, elle est *libre*. Un *terme* A est *clos* s'il ne contient aucune variable libre; autrement, il est *ouvert*.

B.3. La sémantique de LI.

B.3.1. Les domaines sémantiques.

Soit U et I deux ensembles non-vides et disjoints. Intuitivement, U peut être considéré comme un ensemble d'individus et I comme un ensemble de mondes possibles[38]. Un *système standard* de domaines basés sur U et I est la famille $\{D_\alpha\}_{\alpha \in T}$ de domaines indexés tels que:

---

[38] I peut également être considéré comme un ensemble de paires ordonnées <w, t> formées d'un monde possible w et d'un moment du temps t. L'ajout d'une coordonnée temporelle est évidemment nécessaire pour interpréter les opérateurs temporels.

(i) $D_e = U$;

(ii) $D_t = 2 = \{0, 1\}$;

(iii) $D_{\alpha\beta} = D_\beta^{D_\alpha}$;

(iv) $D_{s\alpha} = D_\alpha^I$.

Pour chaque $\alpha \in T$, D_α est l'ensemble des *dénotations possibles* des A_α et $D_{s\alpha}$ est l'ensemble des *intensions possibles* des A_α. En particulier, <s,e> est le type des concepts individuels, <s,<e,t>> est le type des propriétés et <s,t> est le type des propositions. On constate que les intensions sont définies selon la méthode$_1$.

B.3.2. L'interprétation de LI.

Un *modèle standard* pour LI basé sur U et I est une paire ordonnée $<\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}, g>$ où: $\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}$ est le système standard de domaines basé sur U et I; g est une fonction (une assignation de base) ayant pour domaine l'ensemble des constantes de LI et qui assigne à chaque constante de type α une fonction de I dans D_α.

Soit M $(= <\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}, g>)$ un modèle standard pour LI; une *assignation de valeurs aux variables* combinée à M est n'importe quelle fonction *a* dont le domaine est l'ensemble des variables de LI et qui assigne à chaque variable de type α un élément de D_α. Si *a* est une telle assignation de valeurs aux variables, alors pour n'importe quelle variable v_α et pour n'importe quel $x \in D_\alpha$, nous désignons par $a[x/v_\alpha]$ l'assignation de valeurs aux variables qui diffère au plus de a en assignant x à v_α.

Tout modèle standard M combiné à une assignation a de valeurs aux variables induit une fonction d'interprétation V_a^M dont le domaine est l'ensemble des termes de LI et qui assigne à chaque terme A_α les deux choses suivantes: d'abord une intension relativement à a, notée $V_a^M(A_\alpha)$; ensuite, quel que soit $i \in I$, une dénotation relativement à a et i, notée $V_{a,i}^M(A_\alpha)$. Les règles récursives d'assignation pour les dénotations relativement à une assignation a et n'importe quel $i \in I$ sont les suivantes (nous supprimons l'exposant «M»):

(i) $V_{a,i}(c_\alpha) = g(c_\alpha)(i)$;

(ii) $V_{a,i}(v_\alpha) = a(v_\alpha)$;

(iii) $V_{a,i}([A_{\alpha\beta}B_\alpha]) = V_{a,i}(A_{\alpha\beta})(V_{a,i}(A_\alpha))$;

(iv) $V_{a,i}([A_\alpha \equiv B_\alpha]) = 1$ si et seulement si $V_{a,i}(A_\alpha) = V_{a,i}(B_\alpha)$; autrement $V_{a,i}([A_\alpha \equiv B_\alpha]) = 0$.

(v) $V_{a,i}(\hat{}A_\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i' \in I$, $f(i') = V_{a,i'}(A_\alpha)$;

(vi) $V_{a,i}(\check{}A_{s\alpha}) = V_{a,i}(A_{s\alpha})(i)$;

(vii) $V_{a,i}(\lambda v_\alpha.A_\beta)$ = la fonction f dont le domaine est D_α et telle que pour tout $x \in D_\alpha$, $f(x) = V_{a',i}(A_\beta)$, où $a' = a[x/v_\alpha]$.

On vérifie aisément que $V_a(A_\alpha) \in D_{s\alpha}$ et donc que $V_{a,i}(A_\alpha) \in D_\alpha$. Si A_α ne contient aucune variable libre, alors

$V_a(A_\alpha)$ et $V_{a,i}(A_\alpha)$ correspondent respectivement à $Int(A_\alpha)$ et $Ext_i(A_\alpha)$ (dans le modèle M). Si A_α contient une ou plusieurs variables libres, alors $Int(A_\alpha)$ et $Ext_i(A_\alpha)$ dépendent d'une assignation *a*. Nous pouvons ainsi définir $Int_a(A_\alpha)$ par $V_a(A_\alpha)$ et $Ext_{a,i}(A_\alpha)$ par $V_{a,i}(A_\alpha)$[39].

La règle (i) dit que l'intension de chaque constante c_α est simplement l'intension que l'assignation de base g assigne à c_α. La règle (ii) dit que l'intension de chaque variable v_α est constante: quel que soit i $\in$ I, $V_a(v_\alpha)(i)$ est simplement la valeur dans D_α que *a* assigne à v_α. La règle (v) régit l'usage de l'opérateur ^, que nous avons introduit dans la section précédente. Cette règle dit que $V_a({}^\wedge A_\alpha)$ est la fonction de I dans $D_{s\alpha}$ qui assigne $V_a(A_\alpha)$ à chaque i $\in$ I. Par conséquent, $V_a({}^\wedge A_\alpha)$ est aussi une intension constante: quel que soit i $\in$ I, ${}^\wedge A_\alpha$ dénote à i l'intension de A_α. Notons que l'opérateur ^ agit comme un abstracteur (tel λ) sur les mondes possibles, bien que s lui-même n'est pas un type. La règle (vi) régit l'usage de l'opérateur $^\vee$; elle stipule que $V_a({}^\vee A_{s\alpha})$ est la fonction de I dans D_α qui assigne à chaque i $\in$ I l'extension à i qui est déterminée par l'intension que $A_{s\alpha}$ dénote à i. On

---

[39] Nous pourrions, comme l'a fait Montague, introduire les assignations de valeurs aux variables dans les contextes j $\in$ J et ainsi définir $V(A_\alpha)$ comme une fonction de I $\times$ J dans D_α. Mais notre définition est plus simple, et justifiée par le fait que nous ne sommes pas intéressés par l'analyse des indexicaux.

constate que $^\vee$ est l'inverse de $^\wedge$, c'est-à-dire que pour n'importe quel terme A_α, $^\vee{}^\wedge A_\alpha$ et A_α ont la même dénotation et la même intension. Toutefois, $^\wedge$ n'est pas en général l'inverse de $^\vee$. En effet, pour un terme $A_{s\alpha}$ quelconque, qui n'est pas de la forme $^\wedge A_\alpha$ ou qui n'est pas une variable, il est possible que la dénotation de $^\wedge{}^\vee A_{s\alpha}$ ne soit pas la même que celle de $A_{s\alpha}$.

B.3.3. Les termes modalement clos.

La classe MC des termes *modalement clos* de LI est la plus petite classe telle que:

(i) $v_\alpha \in MC$ pour toute variable v_α;

(ii) $^\wedge A_\alpha \in MC$ pour tout terme A_α;

(iii) $[A_{\alpha\beta}B_\alpha] \in MC$ pour tous les $A_{\alpha\beta}$, $A_\alpha \in MC$;

(iv) $[A_\alpha \equiv B_\alpha] \in MC$ pour tous les A_α, $B_\alpha \in MC$;

(v) $\lambda v_\alpha.A_\beta \in MC$ pour tout $A_\beta \in MC$.

On vérifie facilement que pour tout $A_\alpha \in MC$, la valeur $V_{a,i}(A_\alpha)$ est indépendante de i, c'est-à-dire que pour tous les i, j $\in$ I, $V_{a,i}(A_\alpha) = V_{a,j}(A_\alpha)$.

Nous allons maintenant définir les notions de satisfaction, de vérité et de validité pour LI.

B.3.4. Satisfaction, vérité et validité.

Une *formule* de LI est un terme de type t. Etant donné un modèle standard M pour LI, une formule A_t *est* *satisfaite* dans M à un monde $i \in I$ et relativement à une assignation *a* si et seulement si $V^{M}_{a,i}(At) = 1$; autrement, At *n'est pas satisfaite* dans M à i et relativement à *a*. Une formule At est *vraie* dans M à un $i \in I$ si et seulement si At est satisfaite dans M à i relativement à *toute* assignation *a*; autrement, At est *fausse* dans M à i. At est *valide* (dans le sens standard) si et seulement si At est vraie dans tout modèle standard M à tout $i \in I$.

B.4. Les termes de LI introduits par définition.

Voici une liste de termes de LI introduits par définitions:

$$V =_{df} [\lambda vt.vt \equiv \lambda vt.vt]$$

$$F =_{df} [\lambda vt.vt \equiv \lambda vt.V]$$

$$\neg =_{df} \lambda vt.[vt \equiv F]$$

$$C =_{df} \lambda vt.\lambda v\ell.[\lambda vtt.[[vttvt] \equiv v\ell] \equiv \lambda vtt.[vttV]]$$

$$[At\ .\ Bt] =_{df} [[CAt]Bt]$$

$$[At \supset Bt] =_{df} \neg[At\ .\ \neg Bt]$$

$$[At \vee Bt] =_{df} [\neg At \supset Bt]$$

$$\forall v\alpha At =_{df} [\lambda v\alpha.At \equiv \lambda v\alpha.V]$$

$$\exists v\alpha At =_{df} \neg\forall v\alpha\neg At$$

$$[A\alpha \equiv B\alpha] =_{df} [{}^\wedge A\alpha \equiv {}^\wedge B\alpha]$$

$$\Box At =_{df} [At \equiv V]$$

$$\Diamond At =_{df} \neg\Box\neg At$$

$$Nec =_{df} \lambda vst.[vst \equiv {}^\wedge V]$$

$$Pos =_{df} \lambda vst.\neg[vst \equiv {}^\wedge F]$$

De toute évidence, les symboles *V* et *F* sont de type t et dénotent 1 et 0 respectivement. Le symbole $\neg$ est de type tt et dénote la fonction de négation. Le symbole C est de type ttt; malgré la complexité de sa définition, on peut vérifier qu'il dénote la fonction de vérité de la conjonction[40]. La définition qui suit celle du symbole C donne l'équivalent de ce terme dans l'écriture non-polonaise. Le symbole $\supset$ est donc le connecteur du conditionnel et le symbole v est le connecteur de disjonction ($\equiv$ joue le rôle du biconditionnel pour les termes de type t). Le symbole $\forall$ est le quantificateur universel et donc que le symbole $\exists$ est le quantificateur existentiel. Le symbole $\equiv$ est l'*identité stricte* (identité des intensions). Par conséquent $\Box$ est l'opérateur de nécessité et $\Diamond$ est l'opérateur de possibilité, qui agissent comme des quantificateurs sur les mondes possibles. Les termes Nec et Pos, tous deux de type <st,t>, sont introduits pour traiter les modalités selon l'analyse expliquée dans la précédente section. On vérifie

---

[40] Cette définition est celle de Gallin (*op. cit., p.15*). Elle diffère de celle de Montague (1970b, section 6, p.236), qui utilise le quantificateur universel. La définition de Montague, qui comporte une légère mais sensible incorrection, est en fait empruntée à Tarski.

facilement que Nec^At et Pos^At sont équivalents à □At et ◇At respectivement[41].

B.5. Les axiomes de LI.

Voici maintenant les schémas d'axiomes de LI, donnés par Daniel Gallin[42] (nous supprimons les crochets externes):

A1. $[[v_{tt}V] . [v_{tt}F]] \equiv \forall v_t[v_{tt}v_t]$

A2. $[v_\alpha \equiv v'_\alpha] \supset [[v_{\alpha t}v_\alpha] \equiv [v_{\alpha t}v'_\alpha]]$

A3. $\forall v_\alpha[[v_{\alpha\beta}v_\alpha] \equiv [v'_{\alpha\beta}v_\alpha]] \equiv [v_{\alpha\beta} \equiv v'_{\alpha\beta}]$

AS4. $[(\lambda v_\alpha.A_\beta(v_\alpha))B_\alpha] \equiv A_\beta(B_\alpha)$, où $A_\beta(B_\alpha)$ est obtenue à partir de $A_\beta(v_\alpha)$ en substituant B_α à toutes les occurrences libres de v_α et (i) aucune occurrence libre de v_α dans $A_\beta(v_\alpha)$ ne réside dans une partie $\lambda v'.C$ où v' est libre dans B_α, et (ii) aucune occurrence libre de v_α dans $A_\beta(v_\alpha)$ ne réside dans la portée de ^, ou (ii') $B_\alpha \in$ MC.

A5. $\Box[{}^\vee v_{s\alpha} \equiv {}^\vee v'_{s\alpha}] \equiv [v_{s\alpha} \equiv v'_{s\alpha}]$

AS6. ${}^{\vee\wedge}A_\alpha \equiv A_\alpha$

<u>Règle d'inférence.</u>

R. $\vdash A_\alpha \equiv B_\alpha$ et $\vdash C_t$ implique $\vdash C'_t$, où C'_t s'obtient à partir de C_t en substituant B_α à une occurrence de A_α (qui n'est pas immédiatement précédée par λ) dans C_t.

---

[41] Ainsi, $Nec^\wedge A_t = [^\wedge A_t \equiv {}^\wedge V] = [A_t \equiv V] = \Box A_t$. D'autre part, $Pos^\wedge A_t = \neg[^\wedge A_t \equiv {}^\wedge F] = \neg[A_t \equiv F]$. Or $\neg[A_t \equiv F]$ est équivalent à $\neg[\neg A_t \equiv V]$, c'est-à-dire à $\neg\Box\neg A_t$, donc à $\Diamond A_t$.

[42] David Gallin, *op. cit*, p.19.

Il suffit d'un examen attentif pour établir que ces six schémas d'axiomes sont des schémas de formules valides et que la règle d'inférence préserve la validité. Appelons SLI le système formé de ces schémas d'axiomes et de cette règle. Puisque LI comprend tous les ordres supérieurs, tout théorème standard de complétude pour SLI est évidemment exclu. Par contre, une preuve de complétude généralisée à la Henkin est possible[43]. C'est ce que Gallin a réalisé, en prouvant que toutes les formules de LI qui sont valides dans le sens général sont des théorèmes SLI[44].

Une application de LI à l'analyse d'une partie de l'anglais est illustrée dans la septième et dernière section de l'article "Universal Grammar" de Montague. On y trouve en particulier une analyse des adjectifs et des verbes non-extensionnels, des pronoms, ainsi que des

---

[43] Leon Henkin, 1950.

[44] Une formule A_t de LI est valide dans le *sens général* si et seulement si A_t vraie dans tout *modèle général* MG à tout $i \in I$. Un modèle général MG basé sur U et I est une paire ordonnée $\langle\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}, g\rangle$ où: (i) $\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}$ est la famille de domaines indexés tels que $D_e = U$, $D_t = 2$, $D_{\alpha\beta}$ est un *sous-ensemble non-vide* de $D_\beta^{D_\alpha}$ et $D_{s\alpha}$ est un *sous-ensemble non-vide* de D_α^I; (ii) g est une assignation de base qui assigne à chaque constante c_α de LI une fonction de I dans D_α; (iii) *il existe* une fonction V^{MG} telle que, pour chaque assignation *a* et pour chaque $i \in I$, V^{MG} assigne à chaque A_α une valeur $V^{MG}_{a,i}(A_\alpha) \in D_\alpha$ de façon à satisfaire les règles récursives d'assignation (i)-(vii) de B.3.2. Pour les détails de la preuve de complétude, voir Daniel Gallin, *op. cit.*, pp. 17-40.

verbes d´attitudes propositionnelles comme «believe» et «know». L´analyse de ces derniers verbes nous intéresse particulièrement. Mais avant d´aborder cette question, nous allons expliquer comment il est possible, dans la perspective du postulat de l´autonomie de la sémantique, de considérer le cadre conceptuel LI (ou tout autre cadre conceptuel analogue) comme une théorie qui rend compte d´une façon plausible de la compétence sémantique.

C. Logique intensionnelle et compétence sémantique.

Les théoriciens du langage, linguistes et philosophes confondus, utilisent généralement la notion de *compétence linguistique* dans le sens donné par le linguiste Noam Chomsky: la connaissance implicite de la langue du locuteur -auditeur indigène[45]. La compétence linguistique ainsi définie se distingue de la «performance» linguistique, laquelle est définie comme l´activité de parole, c´est-à-dire l´utilisation effective de la langue. Toute théorie linguistique, selon Chomsky, a pour objet la compétence linguistique. Le propos d´une théorie linguistique est de *décrire* la compétence linguistique, de fournir un «modèle» de celle-ci. Or puisque la compétence linguistique est une *connaissance*, Chomsky préconise une façon mentaliste d´aborder la

[45] Noam Chomsky, 1965, chapitre 1, pp.3-15.

linguistique: «[...] linguistic theory is mentalistic, since it is concerned with discovering the psychological reality underlying actual behavior»[46]. Cette optique mentaliste implique évidemment une contrainte pour toute théorie linguistique: celle de la représentabilité finie. En effet, puisque le cerveau humain ne peut contenir que des représentations finies, il est nécessaire que la théorie linguistique soit elle-même représentable d'une façon finie[47].

En définissant sa notion de compétence linguistique, Chomsky avait surtout pour projet de décrire la compétence *syntaxique*, c'est-à-dire la connaissance implicite d'un système fini de règles permettant de produire et de reconnaître un nombre indéfiniment grand d'énoncés grammaticalement corrects. Le résultat de ce projet est bien connu: c'est la grammaire générative, discipline qui cherche à décrire les règles syntaxiques récursives qui

---

[46] *Ibid.*, p. 4. Notons qu'il s'agit de décrire la compétence d'un locuteur-auditeur indigène *idéal*, c'est-à-dire la compétence d'un agent qui aurait une maîtrise parfaite de sa langue, ce qui n'existe pas dans la réalité. Cette idéalisation permet de négliger les légères différences entre les compétences particulières des différents sujets réels.

[47] Bien qu'il s'agit de décrire la compétence d'un agent idéal, on assume que cet agent, nonobstant tout facteur limitatif lié à la performance, est doté de capacités mentales qui ne dépassent pas celles des agents humains réels.

génèrent tous et seulement les énoncés grammaticalement acceptables pour le locuteur-auditeur indigène[48].

Qu'en est-il de la compétence *sémantique*? Cet aspect de la compétence linguistique a été relativement peu traité. Disons en gros que dans la tradition de la grammaire générative, on conçoit la compétence sémantique comme l'habileté linguistique spécifique que présuppose la compréhension du langage. Du point de vue de cette tradition, une théorie de la signification doit rendre compte de cette habileté spécifique en respectant la contrainte de la représentabilité finie. Les théories de la signification proposées dans la tradition de la grammaire générative réussisent à respecter cette contrainte en se limitant à spécifier des systèmes finis de règles récursives de traduction et de dérivation menant à des théorèmes de la forme «A signifie B», où A est le nom d'une expression et B est le nom de la signification de A. Un des objectifs visés par les théories de ce genre est d'arriver à formuler des prédictions sur les jugements que les locuteurs-auditeurs sont habituellement en mesure de faire à propos d'un certain nombre de phénomènes de signification, comme la

[48] Nous voyons ici l'importance de la notion de locuteur-auditeur indigène idéal. Un locuteur-auditeur indigène réel peut à l'occasion ne pas être en mesure de reconnaître le caractère grammatical de certaines phrases de sa langue.

synonymie, l´antinomie, l´analyticité, l´ambiguïté, l´anomalie de sens, etc. La théorie la plus représentative de cette tradition est la sémantique des «marqueurs sémantiques» de Katz et Fodor, aussi appelée *sémantique KF*[49].

Evidemment, pour les théoriciens de la sémantique formelle, la sémantique KF est théoriquement déficiente, puisqu´elle ne satisfait pas le premier sous-principe de l´autonomie de la sémantique. En effet, la sémantique KF montre au mieux comment nommer les significations, mais elle ne propose aucune définition de la signification comme telle. Considérons par exemple ce qu´écrit David Lewis, au début de son article "General Semantics", à propos de la sémantique KF:

> «The Markeres methode is attractive in part just because it deals with nothing but symbols: finite combinations of entities of a familar sort of a finit set of elements by finitely many applications of finitely many rules [...] But it is just this pleasing finitude that prevent Markeres semantics from dealing with the relations between symbols and the world of non-symbols - that is, with genuinely semantic relations»[50].

[49] J. Fodor et J.J Katz, 1963; J.J. Katz, 1972.

[50] David Lewis, *loc. cit.*, p. 190.

Max Cresswell, dans son article "Semantic Competence"[51], reprend pour l'essentiel la critique de Lewis mais soutient de surcroît que la sémantique formelle (la sémantique véríconditionnelle basée sur la notion de monde possible) rend compte d'une façon encore plus complète de la compétence sémantique que le font les théories de la signification du genre de la sémantique KF. Le point départ de cette thèse est la proposition que la compétence sémantique est *véríconditionnelle*. En effet, Cresswell suggère cette définition, qu'il juge plausible, de la compétence sémantique:

> «[...] the semantic competence of a native speaker is nothing more nor less than his ability, when presented with a sentence and a situation, to tell whether the sentence, in that situation, is true or false»[52].

Comme telle, cette conception n'est pas nouvelle. Comme le souligne Cresswell, nous trouvons une conception analogue de la compréhension du langage dans la philosophie de Donald Davidson. Par exemple, dans son article "Truth and Meaning", Donald Davidson écrit, à propos de la définition tarskienne de la vérité:

---

[51] Max Cresswell, 1978.

[52] Max Cresswell, *loc. cit.*, p.10. La seconde partie de la thèse de Cresswell est que la théorie des actes de langage est une théorie de la performance. Cette théorie, en effet, s'intéresse à l'*utilisation* des propositions (des conditions de vérité des phrases) par les agents.

> «[...] the definition works by giving necessary and sufficient conditions for the truth of every sentence, and to give truth conditions is a way of giving the meaning of a sentence. To know the semantic concept of tru+h for a language is to know what is for a sentence - any sentence - to be true, and this amounts, in one good sense we can give to the phrase, to understanding the language»[53].

Or pour ce qui concerne la compréhension du langage, Davidson a posé une question similaire à la question que Chomsky a posée pour la syntaxe: comment un agent peut-il comprendre un nombre indéfiniment grand d´énoncés sur la base d´une connaissance d´un nombre fini de règles et de mots? Répondre à cette question en disant que les significations des énoncés dépendent des significations des mots n´est pas résoudre le problème. Le principe de compositionnalité de Frege est sans doute un point de départ, mais non un aboutissement. Selon Davidson, le défi de toute théorie de la signification serait de montrer *comment* les significations des énoncés dépendent des significations des mots. Plus précisément, le véritable problème est celui de montrer comment les significations des mots contribuent à déterminer les conditions de vérité des énoncés[54]. Or la sémantique

---

[53] Donald Davidson, 1967, p.7.

[54] Il s´agit, exactement, de montrer comment les significations des énoncés d´une langue L dépendent des significations des mots de L en donnant une définition récursive de la vérité dans L (*Ibid*, p.7).

formelle réalise l'objectif de Davidson et tel est précisément le principal argument de Cresswell à l'appui de la thèse que la sémantique formelle constitue une base plausible pour une théorie de la compétence sémantique.

Si on accepte la conception véríconditionnelle de la compétence sémantique que nous suggère Cresswell, alors il apparaît raisonnable de considérer que la sémantique formelle, et en particulier le système LI, rend compte d'une façon intéressante de la compétence sémantique. En effet, on constate en premier lieu que LI montre effectivement comment les conditions de vérité d'un nombre infini d'énoncés (traduites sous forme de formules) peuvent être déterminées sur la base de la connaissance d'un nombre fini de significations de base (celles des constantes, données par l'assignation g) et par l'application d'un nombre fini de règles sémantiques récursives (les règles (i)-(viii) de B.3.2). Deuxièmement, le pouvoir expressif de LI est suffisamment grand pour y traduire et capturer des inférences intuitivement valides où interviennent des modalités alhétiques et temporelles, des adverbes, des expressions non-extensionnelles, des pronoms et des indexicaux. Enfin, en sélectionnant parmi tous les modèles logiquement possibles un modèle spécifique pour une langue donnée L (un «intended model»), LI peut également rendre compte de jugements que les locuteurs-auditeurs indigènes de L sont habituellement en mesure de faire à propos d'un certain nombre de phénomènes sémantiques, comme la synonymie, l'antinomie, l'analyticité, l'ambiguïté, l'anomalie de sens, etc.

Bien entendu, cette considération doit être comprise à la lumière des sous-principes (2) et (3) du principe de l'autonomie de la sémantique. D'abord, il est clair qu'à l'instar de la grammaire générative, LI fait abstraction de la performance linguistique et des facteurs psychologiques limitatifs liés à cette dernière. Par contre, puisque l'intention théorique qui a motivé la construction du système LI n'est pas mentaliste, il ne faut pas voir dans ce système une description d'une connaissance, donc un «modèle» de la compétence dans le sens donné par Chomsky. C'est sur ce point que les deux traditions de distinguent. Il est clair, notamment, que le système LI ne satisfait pas la contrainte de la représentabilité finie[55]. Cette contrainte ne fait pas partie des contraintes du théoricien formaliste. Ce dernier n´a que deux contraintes: la cohérence, l´élégance et la généralité mathématiques de ses constructions d´une part et l´adéquation intuitive de ces dernières d´autre part. A l´intérieur de ces deux contraintes, le théoricien formaliste se donne l´objectif de fournir une représentation générale et formelle d´un certain nombre de propriétés et de relations sémantiques, non de founir un modèle de la connaissance que nous aurions de ses propriétés et de ses relations si ses intuitions et ses hypothèses les concernant étaient vraies. Il faut donc distinguer deux choses: d´une part, l´habileté à comprendre et à utiliser une langue, qui sans aucun doute

---

[55] Sur ce point, voir par exemple P.N. Johnson-Laird, 1982; Barbara Hall Partee, 1979a, 1979b; et Asa Kasher, 1976. Une des difficultés qui est le plus souvent soulignée concerne les fameux mondes possibles. Ces derniers, selon toute considération raisonnable, sont en quantité non dénombrable. Asa Kasher, par exemple, souligne que ce fait, combiné au fait que les mondes possibles sont représentés comme des entités primitives, montre que la logique intensionnelle n´offre pas un modèle satisfaisant des représentations internes que les sujets se font des propositions (A. Kasher, 1976, pp.147-149). D´où sa conclusion: «Intensional logic is of theoretical significance, because it provides a framework for representations of interesting semantic properties and relations, but it should not serve as a linguistic resting point. For intensional logic to constitute an essential part of an *elementary adequate semantic theory*, its framework should be finitely and uniformly representable» (*Ibid.*, 149). Les italiques sont de nous. Il est clair ici que Kasher fonde son jugement sur le desideratum mentaliste de la représentabilité finie.

requiert une connaissance implicite d'un ensemble de propriétés et de relations sémantiques objectives; d'autre part, ces relations et ces propriétés sémantiques elles-mêmes. La sémantique formelle s'occupe de modéler, dans une perspective très générale et idéalisatrice, ces relations et ses propriétés, non la connaissance que nous pouvons en avoir.

Mais cela ne signifie pas qu'un système comme LI ne contribue pas ou ne peut pas contribuer à la problématique de la compétence sémantique. Les considérations que nous avons formulées un peu plus haut visent précisément à appuyer la thèse d'une contribution positive. Compte tenu de la précédente mise au point, résumons cette thèse qui, implicitement ou explicitement, est partagée par la plupart des théoriciens de la sémantique formelle (dont, évidemment, Max Cresswell): en appliquant la logique intensionnelle à l'analyse d'une langue naturelle L donnée, nous nous trouvons à décrire une structure sémantique pour l'interprétation de L et cette structure explique *par elle-même* comment un agent qui en aurait la connaissance tacite, et qui saurait donc l'utiliser correctement, serait en mesure de déterminer les significations (les conditions de vérité) d'un nombre indéfiniment grand d'énoncés de L sur la base d'une connaissance d'un nombre fini de significations de base et d'un nombre fini de règles. De ce point de vue, la sémantique formelle rend effectivement compte d'une certaine compétence sémantique: celle de tout agent qui connaît implicitement la structure sémantique pour interpréter L.

Tout cela semble bel et bon. Malheureusement, tout ce qui vient d'être dit est plausible à la condition d'ignorer le problème de l'analyse des énoncés d'attitudes propositionnelles. En effet, comme nous le verrons dans le prochain chapitre, si les structures sémantiques décrites dans la logique intensionnelle représentent vraiment ce que les locuteurs doivent connaître pour être sémantiquement compétents, alors ce problème soulève la question de l'accessibilité épistémique, pour des agents normaux, de la sémantique de leur langue.

CHAPITRE II

ATTITUDES PROPOSITIONNELLES ET LOGIQUE INTENSIONNELLE: L´ANALYSE STANDARD ET SES PROBLEMES

Ce chapitre est divisé en trois sections. Dans la première section, nous exposons brièvement l´analyse standard (ou traditionnelle) des énoncés d´attitudes propositionnelles dans la logique intensionnelle. Dans la deuxième section, nous exposons les deux grands types de problèmes d´adéquation intuitive que rencontre cette analyse. Ces deux grands types de problèmes sont: (i) l´échec du principe de substitutivité des énoncés logiquement équivalents dans les contextes d´attitudes propositionnelles; (ii) l´échec de la substitution des items lexicaux de même intension dans ces mêmes contextes. Enfin, dans la troisième section, nous tentons d´évaluer dans quelle mesure les précédents problèmes ont un lien avec la problématique de la compétence sémantique et nous essayons de dégager les aspects de cette problématique qui paraissent pertinents pour une analyse des énoncés d´attitudes propositionnelles.

A. L'analyse standard.

Par l'analyse standard des verbes d'attitudes propositionnelles (à partir de maintenant, nous abrégeons par AP le terme «attitude propositionnelle») on pense tout spécialement à l'analyse suggérée par Richard Montague[1]. Selon cette analyse, les verbes d'AP dénotent des relations entre des individus et des propositions, ce qui revient à les analyser comme des expressions du type <<s,t>,<e,t>>[2]. Dans certains cas, cette analyse donne de bons résultats. Considérons par exemple ces deux raisonnements.

(2.1) Pierre croit que la planète Vénus est habitée.
La planète Vénus est habitée si et seulement si Montréal est au pôle nord.

Pierre croit que Montréal est au pôle nord.

(2.2) Kant savait que 5 + 7 = 12.
Il est nécessaire que 5 + 7 = 12.

Il y a quelque chose que Kant savait et qui est nécessaire.

---

[1] Richard Montague, 1968, 1970a et 1979b.

[2] Dans Richard Montague, 1970b, section 7, ces verbes sont du type <<s,t>,<<s,<<s,<e,t>>,t>>,t>>, puisque le type des noms est <s,<<s,<e,t>>,t>>. Nous ignorons pour l'instant cette complication.

(2.1) et (2.2) peuvent respectivement se traduire dans LI de la façon suivante (Bel et K représentent respectivement les expressions «croit» et «sait», et c est une constante de type e):

(F2.1) $[Bel\hat{\ }At]c$

$At \equiv Bt$
$\overline{}$
$[Bel\hat{\ }Bt]c$

(F2.2) $[K\hat{\ }At]c$

$Nec\hat{\ }At$
$\overline{}$
$\exists v_{st}[[Kv_{st}]c \;.\; [Necv_{st}]]$

(2.1) n´est pas intuitivement valide et (F2.1) n´est pas un argument valide de LI (F2.1 viole A2). L´invalidité de ce raisonnement s´explique évidemment par le fait que les énoncés «La planète Vénus est habitée» et «Montréal est au pôle nord» ont la même valeur de vérité mais n´expriment pas la même proposition. D´autre part, (2.2) est intuitivement valide et (F2.2) est un argument valide de LI. Ce dernier résultat repose simplement sur l´hypothèse que les objets du savoir et les porteurs de la nécessité sont du même type: celui des propositions.

B. L'inadéquation de l'analyse standard.

L'hypothèse que les objets des AP sont des propositions et le principe de compositionnalité des intensions impliquent que toutes les expressions qui ont la même intension sont intersubstituables *salva veritate* dans tout contexte d'AP. Or ce principe de substitutivité conduit à des conséquences indésirables, tant d'un point de vue philosophique que du point de vue de l'usage ordinaire des énoncés d'AP. Nous distinguons deux types de problèmes: (1) l'échec de la substitution des énoncés *logiquement équivalents*; (2) l'échec de la substitution des items lexicaux qui ont la même intension. Voyons ces deux types de problèmes séparément.

B.1. Le problème des équivalents logiques.

Si Φ et Φ' sont deux énoncés logiquement équivalents quelconques, alors Φ et Φ' ont les mêmes conditions de vérité, donc ils expriment la même proposition et ils sont ainsi intersubstituables *salva veritate* dans tout contexte d'AP. Abrégeons ce principe par PSELAP (Principe de Substitutivité des Equivalents Logiques dans les contextes d'AP). Pour les énoncés de croyance, le PSELAP implique que si Φ et Φ' sont deux énoncés logiquement équivalents, alors à partir de tout énoncé de la forme de (2.3) on peut inférer (2.4):

(2.3) x croit que Φ.

(2.4) x croit que Φ'.

Pour certains Φ et Φ', les inférences qui sont autorisées par ce principe sont intuitivement valides. Par exemple, le passage de «Pierre croit que Paul aime Marie et que Marie aime Paul» à «Pierre croit que Marie aime Paul et que Paul aime Marie» est intuitivement valide. Mais pour d'autres Φ et Φ', les inférences sont plus difficiles à justifier. Par exemple, le passage de (2.5) à (2.6) est problématique:

(2.5) Pierre croit que Paul est malade.

(2.6) Pierre croit que si Paul n'est pas malade alors aucune chose n'est identique à elle-même[3].

Si nous acceptons d'inclure, dans la classe des équivalences logiques, la classe des équivalences démontrées entre des énoncés mathématiques ou métamathématiques, alors le PSELAP conduit à de véritables anomalies. Voici un exemple intéressant[4]:

---

[3] Car l'équivalence: $A \equiv [\neg A \supset F]$, est une équivalence logique.

[4] Nous empruntons cet exemple à Antony C. Anderson, 1984.

(2.7) Jourdain croyait que l´axiome du choix est une conséquence des autres axiomes de la théorie des ensembles.

L´axiome du choix est une conséquence des autres axiomes de la théorie des ensembles si et seulement si ces autres axiomes sont inconsistants.

Jourdain croyait que les axiomes de la théories des ensembles, moins l´axiome du choix, sont inconsistants.

Ce raisonnement n´est intuitivement pas valide. Jourdain croyait effectivement que l´axiome du choix est une conséquence des autres axiomes de la théorie des ensembles, mais contrairement à ce que dit la conclusion, il croyait aussi que les autres axiomes sont consistants. Or la seconde prémisse a été démontrée en métamathématique. Du point de vue la sémantique, cela implique que les deux termes du biconditionnel ont la même valeur de vérité dans tous les mondes possibles, donc qu´ils expriment la même proposition. Ainsi la conclusion découle logiquement des prémisses en vertu du principe de substitutivité.

Dans le cadre de l´analyse standard, le PSELAP est *incontournable*. Peu importe les restrictions que l´on impose à la classe des modèles, les équivalences logiques (celles de la logique des prédicats par exemple) sont toujours valides dans LI (vraies dans tous les mondes dans tous les modèles), donc nécessairement vraies dans tous les modèles, ce qui, par définition, signifie que leurs termes expriment la même proposition[5]. Voilà pourquoi nous avons tenu à faire une distinction entre le problème de l´échec du PSELAP et le second problème, celui de l´échec de la substitution des items lexicaux de même intension dans les contextes d´AP. En effet, aucune équivalence entre deux items lexicaux différents n´est valide dans LI (on peut toujours définir des modèles dans lesquels il n´y a aucun couple de termes distincts non logiquement équivalents qui ont la même intension). Ainsi le second problème se présente seulement si l´on considère qu´il existe vraiment, dans les langues naturelles, des items lexicaux différents et de même intension.

---

[5] Notons toutefois que rien ne semble s´opposer à ce que nous définissions des modèles contenant des mondes *logiquement impossibles*, c´est-à-dire des mondes dans lesquels les fonctions de vérité ne sont pas définies de façon standard. De cette façon, nous pourrions faire une distinction entre la notion d´équivalence dans tous les mondes dans tous les modèles et la notion d´équivalence dans tous les mondes logiquement possibles dans tous les modèles. Montague (dans Richard Montague, *loc. cit.*, p.231) a souligné cette possibilité technique, mais sans trop d´enthousiasme. Cette idée a aussi été explorée plus à fond par Max Cresswell (dans Max Cresswell, 1970, 1972 et 1973). Cependant, pour des raisons philosophiques et techniques, la notion de monde logiquement impossible (Cresswell appelait ces mondes des «mondes non-classiques») s´est avérée peu intéressante. En particulier, il est vite apparu que définir les fonctions de vérité dans des mondes logiquement impossibles n´est pas une tâche aussi simple qu´on le pensait au départ (sur ce point, voir Max Cresswell, 1975).

B.2. Le problème de la substitution des items lexicaux de même intension.

Tout énoncé est une expression composée d'expressions plus élémentaires (dans les langues naturelles, il n'existe pas d'énoncés atomiques comme tels)[6]. Mais tout item lexical est par définition un terme simple, non analysable en termes d'expressions plus élémentaires. Cependant, en vertu du principe de compositionnalité des intensions, si Φ et Φ' sont deux énoncés qui diffèrent au plus par des composants lexicaux de même intension, alors Φ et Φ' expriment la même proposition. Donc selon l'analyse standard, Φ et Φ' sont intersubstituables dans tout contexte d'AP. Abrégeons ce principe par PSIIAP (Principe de Substitutivité des Items lexicaux de même Intension dans les contextes d'AP). Dans les termes de LI, et pour ce qui concerne spécifiquement la croyance, le PSIIAP se formule comme ceci: si $A_t(c)$ et $A_t(c')$ sont deux formules telles que $A_t(c')$ diffère au plus de $A_t(c)$ en contenant la constante c' (du même type que c) partout où $A_t(c)$ contient la constante c, alors l'inférence suivante est valide (d symbolise un nom d'individu):

---

[6] Il n'existe pas non plus, dans les langues naturelles, des énoncés ouverts (les équivalents des formules ouvertes dans LI). Cependant, on a l'habitude en logique d'analyser les prédicats complexes, comme «voiture jaune», comme des énoncés ouverts. Ainsi «voiture jaune» s'analyse comme «x est une voiture . x est jaune».

(2.8) $[Bel^\wedge At(c)]d$

$c \equiv c'$

$[Bel^\wedge At(c')]d$

Evidemment, c´est seulement dans les modèles où c et c´ ont la même intension que la seconde prémisse de (2.8) est vraie. La question est donc celle-ci: existe-il dans les langues naturelles des items lexicaux de même intension? Intuitivement, oui. Les termes «planétoïde» et «astéroïde», par exemple, sont généralement considérés comme des termes *synonymes*, c´est-à-dire comme des termes ayant la même signification. Or nous connaissons le fameux problème de Mates[7]. Par exemple, les énoncés (2.9) et (2.10) ci-dessous peuvent recevoir des évaluations différentes, même si l´on considère que «astéroïde» et «planétoïde» sont synonymes.

(2.9) Pierre croit que tous les astéroïdes sont des astéroïdes.

(2.10) Pierre croit que tous les astéroïdes sont des planétoïdes.

Le même problème peut aussi se présenter pour des expressions qui ne sont pas synonymes dans le sens

[7] Benson Mates, 1950.

traditionnel du terme. En effet, si Saul Kripke[8] et Hilary Putnam[9] ont raison, alors les noms propres d'individus (comme «Issac Newton») ainsi que les termes d'espèces et d'éléments naturels (comme «citron» et «eau») sont des *désignateurs rigides*. Techniquement, tout désignateur rigide est un terme qui a la même extension dans tous les mondes possibles. Le corrélat de cette définition est que si c et c' sont deux désignateurs rigides, alors le principe suivant est vrai[10]:

NI: $$c \equiv c' \supset c \equiv c'.$$

Notons qu'un principe similaire, mais pour les variables libres, est valide dans LI. En fait, le paradigme des désignateurs rigides est la variable libre ayant une valeur déterminée.

En vertu de NI, deux désignateurs rigides qui ont la même extension ont aussi la même intension. Donc si les noms propres sont des désignateurs rigides, alors tout énoncé d'identité composé de deux noms propres codésignatifs est nécessairement vrai. L'exemple le plus célèbre (ce n'est pas le seul, mais ce le paradigme)

---

[8] Saul Kripke, 1972.

[9] Hilary Putnam, 1970, 1973, 1975 et 1978.

[10] NI est le principe de la nécessité de l'identité: deux objets identiques sont nécessairement identiques.

est l'énoncé: «Hesperus est identique à Phosphorus»[11]. Puisque cet énoncé est vrai, alors selon le principe NI ci-dessus, il est nécessairement vrai. Evidemment, cet énoncé n'exprime pas une vérité *a priori*, mais plutôt une vérité *a posteriori*. Il ne s'agit pas d'une vérité *épistémiquement nécessaire*, mais plutôt d'une vérité *métaphysiquement nécessaire* (dans le sens donné par Kripke[12]). Pour se rendre compte de cela, il suffit de se demander s'il aurait pu être le cas que Hesperus ne soit pas identique à Phosphorus et on conclut que cela est impossible. Certes, il aurait pu être le cas qu'un autre astre que Hesperus-Phosphorus soit visible exactement aux mêmes endroits dans le ciel où Hesperus-Phosphorus est visible en fait et que cet astre ait reçu les noms «Hesperus» et «Phosphorus». Mais cela n'est pas pertinent puisque justement, cet astre aurait été un autre astre que Hesperus-Phosphorus et *a fortiori* cela n'aurait pas été une situation où Hesperus n'est pas Phosphorus. Cependant il aurait pu être le cas que l'astre Hesperus-Phosphorus soit visible le matin mais pas le soir et qu'un *autre*

[11] Saul Kripke, *op. cit.*, pp.101-105. Rappelons que «Hesperus» est le nom que les anciens astronomes ont donné à la planète Vénus qui apparaît dans le ciel tôt le soir, tandis que «Phosphorus» est le nom que ces mêmes astronomes ont donné à cette même planète qui apparaît dans le ciel tôt le matin. Rappelons aussi qu'à leur époque, les anciens astronomes ignoraient qu'ils avaient baptisé deux fois le même astre avec deux noms différents.

[12] *Ibid.*, pp.35-46.

astre, visible exactement au même endroit dans le ciel où l´astre Hesperus-Phosphorus a été vu le soir, soit nommé «Hesperus». Si cela avait été le cas, alors les anciens astronomes auraient été dans une situation épistémique qualitativement identique à celle dans laquelle étaient les anciens astronomes dans notre monde lorsqu´ils ignoraient que Hesperus est identique à Phosphorus. Mais là encore, cela n´aurait pas été une situation où cet autre astre, nommé «Hesperus», est Hesperus, mais plutôt une situation où Hesperus n´est pas visible le soir. On pourrait continuer longtemps notre investigation, on ne pourra jamais trouver un monde possible où Hesperus n´est pas Phosphorus. Donc il est nécessaire que Hesperus soit identique à Phosphorus.

Notre intention n´est pas de discuter de la valeur de la théorie de la désignation rigide. Nous constatons seulement que si l´on considère que la théorie de la désignation ridide est vraie, alors l´analyse standard nous permet de substituer, dans tout contexte d´AP, les désignateurs rigides de même extension. En particulier, si les noms «Hesperus» et «Phosphorus» sont vraiment des désignateurs rigides, alors l´analyse standard nous autorise à faire les inférences (2.11)-(2.12) et (2.13)-(2.14) que voici:

(2.11) x sait que Hesperus = Hesperus

(2.12) x sait que Hesperus = Phosphorus

(2.13) x croit que Hesperus ≠ Phosphorus

(2.14) x croit que Hesperus ≠ Hesperus

C. L'analyse standard et le problème de la compétence sémantique.

Voilà pour ce qui concerne les données brutes. L'analyse standard des énoncés d'AP conduit inévitablement à des résultats contre-intuitifs et en ce sens, elle est inadéquate. Maintenant, nous allons tenter d'évaluer dans quelle mesure l'analyse standard des énoncés d'AP pose le problème de la compétence sémantique. En effet, si la compétence sémantique se réduit à l'habileté de déterminer les conditions de vérité des énoncés, alors il semble que le problème des AP montre que les locuteurs normaux ne sont pas compétents sur le plan sémantique. Du moins, certains ont déjà tiré la conclusion que le problème des AP montre que la sémantique formelle de LI est trop forte, trop exigeante par rapport à ce que les locuteurs normaux sont en mesure de connaître effectivement. Nous allons essayer, brièvement, d'examiner quelques conséquences importantes de cette conclusion, sans pour autant prétendre approfondir la question. Nous voulons simplement essayer d'identifier, à partir de ce problème, les aspects pertinents pour l'analyse des énoncés d'AP.

Remarquons d'abord que toute cette discussion à propos de la compétence sémantique sous l'angle de l'analyse des énoncés d'AP, n'a de valeur que si l'on fait l'hypothèse que les objets des AP sont des propositions. La pertinence de cette hypothèse ne fera l'objet d'un examen qu'au prochain chapitre. Pour l'instant, limitons notre attention au problème de la compétence tel que posé par le PSELAP. Nous aborderons en second lieu le problème de la compétence tel que posé par le PSIIAP.

C.1. Le PSELAP et le problème de la compétence sémantique.

A un premier niveau, le PSELAP semble poser un problème de *compétence logique* - compétence qui inclut l'habileté à identifier les énoncés logiquement valides. D'une façon dérivée, il semble poser un problème de compétence sémantique - compétence qui inclut l'habileté à reconnaître, étant donné deux énoncés logiquement équivalents Φ et Φ', que Φ et Φ' expriment la même proposition.

Sur le plan de la compétence logique, le principal problème que pose le PSELAP est celui dit de «l´omniscience logique». Certains trouvent que le PSELAP est irréaliste parce que d´une part notre esprit est fini et d´autre part toute logique qui inclut au moins le calcul des prédicats polyadiques est indécidable[13]. Ainsi il est dit que nous ne sommes pas des êtres logiquement omniscients, capables de connaître ou de reconnaître toutes les équivalences logiques entre les énoncés de notre langue. Barbara Hall Partee a souligné à plusieurs reprises ce problème. Dans un de ses articles, elle écrit:

> «The impossibility of logical omniscience for finite beings thus seems to be the reason *both* for the limits on our knowledge of semantics of our language and for the failure of substitutivity of logically equivalent sentences in propositional attitude sentences»[14].

C´est un fait que notre connaissance de la logique est limitée d´une façon absolue. En ce sens, la connaissance de notre langue est elle aussi absolument limitée, car

---

[13] Le théorème d´indécidabilité pour la logique des prédicats polyadiques dit qu´il n´existe pas de procédure uniforme et effective de décision (donc une procédure qui peut être formulée en un nombre fini de mots) pouvant s´appliquer à n´importe quelle formule Φ du calcul afin de déterminer (dans un temps fini) si Φ est valide ou non. La logique d´ordre supérieur, qui contient en quelque sorte le calcul des prédicats polyadiques, est donc elle-aussi indécidable.

[14] Barbara Hall Partee, 1982, p.90.

toute la logique peut-être formulée dans ses termes. De ce point de vue, il est évident que le PSELAP est irréaliste. Mais d´autre part, nous ne pensons par qu´il faille dramatiser outre mesure le problème, et ce pour deux raisons. La première raison, c´est qu´il n´est pas nécessaire d´être un grand logicien, ni *a fortiori* d´être logiquement omniscient, pour être *en mesure* de reconnaître une équivalence logique entre deux énoncés relativement simples. Même si les énoncés sont plus complexes, la tâche est plus compliquée mais pas impossible[15]. D´autant plus que, le calcul des prédicats polyadiques étant complet, nous avons des procédures de décision qui nous permettent, lorsqu´un énoncé *est* valide, de vérifier qu´il l´est. L´autre raison, et c´est la plus importante, c´est qu´il y a échec du PSELAP même pour des énoncés logiquement équivalents relativement simples. Le

---

[15] L´indécidabilité est une notion qui s´applique à une classe de problèmes, non à chaque problème qui appartient à cette classe. Nous savons reconnaître la validité de la plupart des formules valides du calcul des predicats polyadiques prises une à une. Nous ne disposons tout simplement pas d´une procédure générale pour décider de la validité de n´importe quelle formule. Notons que plus loin, dans le même article (*loc. cit.*, p.97), Partee souligne justement qu´il faut faire une distinction entre «ce que les locuteurs connaissent» («what the speaker knows») et «les propriétés du langage déterminées par ce que les locuteurs connaissent» («what properties of the language are determined by what the speaker knows»). Si l´on fait cette distinction, poursuit-elle, alors l´indécidabilité de l´équivalence et de l´implication logiques ne rend pas par elle-même la compétence sémantique impossible.

caractère contre-intuitif de l´inférence (2.5)-(2.6) le montre bien. Dans ce cas comme dans bien d´autres cas analogues, la cause de l´échec du PSELAP n´est pas un manque d´omniscience logique.

En principe, tout agent qui connaît les significations des principaux connecteurs logiques et des quantificateurs est en mesure de réaliser, étant donné deux énoncés logiquement équivalents Φ et Φ' qui ne sont pas exagérément complexes, que Φ et Φ' sont vrais sous exactement les mêmes conditions. Considérons donc l´inférence (2.5)-(2.6). Cette inférence est problématique. Pourquoi? Parce que que nous croyons que le sujet de cette inférence, nommément Pierre, pourrait ne pas cautionner cette inférence si on lui demandait son avis. Ici nous pouvons supposer que Pierre est sain d´esprit, qu´il est rationnel, qu´il raisonne selon la logique standard, que sa langue maternelle est le français et donc qu´il connaît suffisamment bien cette langue pour communiquer aisément et efficacement avec les autres locuteurs du français. Nous pouvons aussi supposer que Pierre croit vraiment *la proposition* que Paul est malade et qu´à la vue ou qu´à l´écoute de l´énoncé «Paul est malade», il saisirait immédiatement *la proposition* que cet énoncé exprime et qu´il serait ainsi disposé à donner son assentiment à cet énoncé. Nous pouvons même supposer que

Pierre a l´habitude d´interpréter le «si_alors__» dans son sens vérifonctionnel et non dans son sens strict[16]. Néanmoins, nous pouvons continuer à penser que Pierre pourrait ne pas cautionner l´inférence (2.5)-(2.6) si on lui demandait son avis. Encore une fois, pourquoi? Il n´y a pas qu´une seule réponse à cette question. La réponse que nous allons examiner est la réponse classique. Soit Φ = «Paul est malade» et Φ' = «Si Paul n´est pas malade alors aucune chose n´est identique à elle-même». La réponse classique, c´est que Pierre pourrait justement ne pas réaliser que Φ et Φ' expriment la même proposition. Donc supposons que l´on demande à Pierre s´il est d´accord avec l´inférence (2.5)-(2.6), qu´il répond que non et que la raison exacte de son refus est qu´il n´a pas réalisé que Φ et Φ' expriment la même proposition. Dans ce cas, il est plus que plausible de conclure que Pierre n´a pas saisi exactement la proposition exprimée par Φ'. Car par hypothèse, Pierre a très bien saisi la proposition exprimée par Φ; donc on voit mal comment il aurait pu saisir exactement la proposition exprimée par Φ' sans réaliser que cette proposition est identique à celle exprimée par Φ. Est-ce

[16] C´est-à-dire que Pierre interprète habituellement le «si P, alors Q» dans le sens de «il n´est pas le cas que P et non-Q» et non dans le sens de «il est nécessaire que si P alors Q». Le sens strict du conditionnel a évidemment pour effet de changer la proposition.

que cela signifie que Pierre n´a pas la compétence nécessaire pour saisir la proposition que Φ' exprime? Bien sûr que non. En principe, Pierre est en mesure de saisir la proposition exprimée par Φ'. Une certaine réflexion lui serait sans doute nécessaire, mais il y arriverait certainement. Après un court moment de réflexion, il pourrait sans doute ajouter: «oui, en effet, je crois que Paul est malade, donc forcément je crois que si Paul n´est pas malade alors aucune chose n´est identique à elle-même». Ce qui est sûr cependant, c´est que lorsque Pierre a refusé de cautionner l´inférence, il n´a pas, à *cet instant*, saisi la proposition exprimée par Φ'. Or cela se comprend facilement puisque Φ' est syntaxiquement plus complexe que Φ. Mais cela ne signifie pas que Pierre n´est pas sémantiquement compétent.

Il y a un toutefois un domaine où il y a vraiment un problème d´omniscience et ce domaine est celui des mathématiques et de la métamathématique. Le raisonnement (2.7) concernant Jourdain constitue un excellent exemple qui montre que fréquemment, pour plusieurs théorèmes, on ne sait pas, pour longtemps et même parfois pour jamais, quelles sont les propositions que ces énoncés expriment. Du moins, cela est clair si l´on endosse le point de vue de la sémantique des mondes possibles, selon laquelle tous les énoncés mathématiques et métamathématiques expriment ou bien la proposition nécessaire (ceux qui sont vrais le sont dans tous les mondes possibles) ou bien la proposition impossible (ceux qui sont faux le sont dans tous les mondes possibles). Donc si les contenus des croyances mathématiques sont vraiment des propositions, alors seulement deux conclusions sont possibles: (a) la majorité des mathématiciens croient en l'impossible (en affirmant croire que Φ, où Φ est un énoncé mathématique faux) ou ne croient pas en la nécessité (en affirmant ne pas croire que Φ, où Φ est un énoncé mathématique vrai); (b) la plupart des mathématiciens ne connaissent pas les propositions qu'expriment ces énoncés. Notons qu'il est possible de tenir pour vrais à la fois (a) et (b). Mais si (a) est vrai, (b) est vrai. En effet, soit Φ un énoncé mathématique faux qui exprime la proposition impossible $\emptyset$ et x un mathématicien qui estime que Φ est vrai[17]. Dans un sens on peut, comme l'a suggéré Richard Foley[18], attribuer à x une certaine attitude de croyance vis-à-vis

---

[17] Nous identifions la proposition impossible avec l'ensemble vide $\emptyset$ et la proposition nécessaire avec l'ensemble I des mondes possibles.

[18] Richard Foley, 1986.

ϕ, à savoir, une croyance *de re* à propos de ϕ[19]. Car on peut supposer que x croit *de dicto* que la proposition exprimée par Φ est vraie. Or puisque Φ exprime *en fait* ϕ, on peut, dans un sens, dire que x croit de la proposition ϕ que celle-ci est vraie. Mais il est clair que x sait très bien que la proposition impossible ne peut pas être vraie. Donc il est certain que x ne sait pas que Φ exprime ϕ. Donc, nous pouvons dire que x croit bel et bien en l'impossible, mais sous la réserve qu'il s'agit d'une croyance *de re* et que x ne sait pas quelle proposition est exprimée pas Φ.

Si la compréhension d'un énoncé Φ coïncide avec la connaissance de la proposition que Φ exprime, alors le fait de ne pas saisir exactement la proposition exprimée par Φ implique que l'on ne comprend pas Φ. Mais il semble que l'on peut comprendre d'une certaine façon Φ sans

---

[19] La notion de croyance *de re* s'applique d'abord à des croyances à propos d'individus, comme dans l'exemple célèbre de Quine (1956) mettant en scène deux personnages: Ralph et Ortcutt. Dans une certaine occasion, Ralph voit un homme vêtu d'un manteau brun et se dit «Cet homme avec un manteau brun est un espion». Dans une autre occasion, Ralph voit un homme vêtu d'un manteau gris et se dit «Cet homme avec un manteau gris n'est pas espion». Or l'homme vêtu d'un manteau brun et celui vêtu d'un manteau gris étaient en fait le même homme: Orttcut. Mais Ralph ne le savait pas. Donc Ralph croit du même individu, Ortcutt, qu'il est et qu'il n'est pas un espion. Il est clair cependant que Ralph n'entretient pas épistémiquement une croyance incohérente. Il ne croit pas *de dicto* que Ortcutt est et n'est pas un espion, c'est-à-dire, il ne croit pas qu'il existe un individu qui est et qui n'est pas un espion.

connaître exactement la proposition qu'il exprime. En tout cas, dans le domaine des mathématiques et de la méta-mathématique, le problème des AP montre que l'on peut comprendre un énoncé sans connaître la proposition qu'il exprime. Par exemple, il semble déraisonnable de considérer que si Jourdain tenait pour vrai l'énoncé «l'axiome du choix est une conséquence des autres axiomes de la théorie des ensembles» mais pas l'énoncé «Les axiomes de la théorie des ensembles sont inconsistants», c'est parce qu'il ne comprenait pas au moins un de ces deux énoncés[20]. Il semble plus juste de considérer que Jourdain comprenait très bien ces deux énoncés et que cela explique en partie pourquoi il tenait le premier pour vrai et non le second. Nous pouvons dire cependant qu'il ne savait pas quelle *proposition* est exprimée par l'un *et*

---

[20] Selon Richard Foley (dans Richard Foley, *loc. cit.*, p. 345), lorsqu'une personne x donne son assentiment à deux énoncés Φ et Φ' contradictoires (ou logiquement incompatibles), alors c'est parce que x n'a pas vraiment saisi la proposition qu'au moins un des deux énoncés exprime. Foley toutefois ne donne aucune définition précise de la notion de proposition. Il dit seulement que dans une telle situation, x n'a eu qu'une compréhension approximative d'au moins un des énoncés. De notre point de vue, où les propositions sont les conditions de vérité des énoncés, Foley semble avoir raison pour ce qui concerne les énoncés du langage ordinaire. Mais pour les énoncés mathématiques ou méta-mathématiques le problème est plus compliqué. Dans le cas de Jourdain, il ne semble pas raisonnable de conclure que celui-ci comprenait les deux énoncés en question seulement d'une façon approximative.

l'autre de ces deux énoncés (les deux expriment ou bien $\emptyset$, ou bien I). D'ailleurs, même à l'heure actuelle, nous ne le savons pas[21].

Cependant, il faut reconnaître que les croyances et doutes mathématiques posent des difficultées particulières dans la mesure où la sémantique des énoncés mathématiques est elle-même obscure. Nonobstant ce genre d'énoncés, nous ne voyons aucune raison de douter que tout locuteur linguistiquement compétent est en mesure de déterminer les conditions de vérité des énoncés à partir de sa connaissance des règles sémantiques compositionnelles et des significations (intensions) des termes qui composent les énoncés. Ce que l'on peut remettre en question cependant, c'est la thèse que la signification de tout énoncé Φ est seulement la proposition que Φ exprime. Plusieurs théoriciens sont d'accord pour dire que les propositions ne sont que des parties des significations et donc que deux énoncés qui expriment exactement la même proposition (par exemple, deux énoncés logiquement équivalents) peuvent avoir des significations différentes. Si cela est vrai pour les

---

[21] Nous ne savons pas si les axiomes de la théorie des ensembles (version *Zermelo-Fraenkel* ou *von Neumann*), moins l'axiome du choix, sont consistants. Toutefois, nous savons que s'ils sont consistants, l'axiome du choix est indépendant de ces derniers. S'ils sont inconsistants, alors évidemment l'axiome du choix est dérivable à partir des autres axiomes.

énoncés du langage ordinaire, alors cela doit l´être aussi pour les énoncés mathématiques. Si les significations des énoncés mathématiques ne sont pas seulement des propositions, alors il devient en principe possible de rendre compte formellement (mais certainement pas complètement) de notre notion intuitive de la compréhension des énoncés mathématiques. Si, généralement, les propositions ne sont pas les significations complètes des énoncés, alors on peut envisager un traitement de l´échec du PSELAP. Cette stratégie est classique, mais nous pensons qu´elle est la bonne. Nous pensons qu´effectivement, la proposition est la partie ultime, mais non complète, de la signification de tout énoncé. Nous reparlerons dans les détails de cet aspect du problème dans le prochain chapitre.

C.2. Le PSIIAP et le problème de la compétence sémantique.

Richmond Thomason[22], et aussi Barbara Partee[23], ont déjà insisté sur la différence qui existe entre la sémantique *structurale* et la sémantique *lexicale*. La première s´intéresse aux catégories sémantiques et aux règles sémantiques compositionnelles. La seconde s´occupe

[22] Richmond H. Thomason, 1974, pp.48-49.

[23] Barbara Hall Partee, 1979a.

d'expliquer comment les significations des items lexicaux de chaque catégorie sont déterminées. La sémantique formelle est une sémantique structurale et non une sémantique lexicale. Elle part du postulat que les significations des items lexicaux sont complètement déterminées et elle s'occupe de formuler les règles qui permettent de déterminer les significations des expressions complexes à partir des signfications de leurs constituants élémentaires. Cette méthode est tout à fait correcte tant et aussi longtemps que l'on ignore le problème des AP. En effet, il semble que le problème des AP montre que les locuteurs ne connaissent pas et dans certains cas ne peuvent pas connaître les significations de plusieurs items lexicaux appartenant à leur langue. Du moins, cette conclusion semble inévitable si: (i) on considère que les significations des items lexicaux ne sont que leurs intensions; (ii) la théorie de la désignation rigide fournit à la sémantique formelle la sémantique lexicale qui lui manque.

Le problème fondamental que pose la théorie de la désignation rigide est bien connu: pour connaître l'intension de n'importe quel désignateur rigide, il est nécessaire de connaître un nombre plus ou moins grand de faits empiriques concernant le monde actuel. Evidemment, on ne peut connaître la signification d'un terme sans avoir une certaine connaissance de la réalité qui est désignée par le terme. Quiconque connaît la signification du terme «automobile», par exemple, sait au moins à quoi ressemble une automobile et à quoi cela peut servir; cette connaissance est requise pour savoir utiliser correctement le terme «automobile». Mais si la signification coïncide avec l´intension, alors les désignateurs rigides posent des problèmes particuliers. Par exemple, même si l´on sait comment les termes «Hesperus» et «Phosphorus» ont été introduit dans le langage (le premier lors du baptême de tel et tel astre visible tôt le soir, le second lors du baptême de tel et tel astre visible tôt le matin) et donc même si l´on sait comment utiliser correctement ces deux termes, on ne connaît pas les intensions de ces termes à moins de savoir quelque chose à propos de leurs extensions respectives, à savoir, qu´elles sont identiques. Or cette connaissance n´est pas seulement sémantique (car on se sert de ces deux termes pour désigner ce qu´ils désignent en fait) mais elle est aussi relative au ciel. Car si j´ignore que tel et tel astre, visible tôt le soir (celui que je désigne par le nom «Hesperus») est le même que tel et tel astre, visible tôt le matin (celui que je désigne par le nom «Phosphorus»), alors j´ignore que l´énoncé «Phosphorus = Hesperus» est vrai et donc, en vertu de NI, j´ignore que ces deux termes ont la même intension. Or si j´ignore que les termes «Hesperus» et «Phosphorus» ont la même intension, alors j'ignore l'intension de ces deux termes. Je peux évidemment savoir *a priori* que *si* les deux astres en question sont les mêmes, alors «Hesperus» a la même intension que «Phosphorus» (le principe NI apparaît vrai suite à une réflexion *a priori*). Mais tant et aussi longtemps que j'ignore ce fait concernant le ciel, je ne connais ni l'intension de «Hesperus» ni celle de «Phosphorus».

Le même problème se pose avec les termes d'espèces et d'éléments naturels, mais cette fois, la connaissance requise pour connaître leur intension est plus considérable. A propos de ces termes, Putnam[24] épouse une théorie semblable à celle de Kripke pour les noms propres. Théoriquement, chaque terme d'espèce ou d'élément naturel est introduit dans le langage par une ostension directe, ou une définition opérationnelle, qui fixe l'extension du terme dans tous les mondes possibles et dans tous les moments du temps. Mais généralement, au moment où le terme est introduit dans le langage et donc au moment où son extension est fixée, les propriétés réelles de cette dernière sont inconnues des locuteurs. Par exemple, lorsque l'on a introduit le terme «eau» pour désigner une sorte de substance qui, dans des conditions normales, a une apparence liquide, inodore et incolore, on ignorait la

[24] Hilary Putnam, 1973, 1975.

composition chimique exacte de cette substance (on ignorait que l´eau, c´est de l´H_2O). A cette époque, ce que les locuteurs associaient au terme «eau» est un stéréotype (ou un paradigme) rassemblant les propriétés superficielles de l´eau. Encore aujourd´hui, la grande majorité des locuteurs associent au terme «eau» ce stéréotype. Or l´intension du terme «eau» *n´est pas* ce stéréotype. Du moins, si c´est l´intension du terme «eau» qui détermine l´extension de ce terme, alors l´intension du terme «eau» n´est pas le stéréotype de l´eau. Un argument assez convaincant de Putnam démontre qu´un même stéréotype peut déterminer deux extensions complètement différentes (par exemple, notre stéréotype de l´eau peut s´appliquer à deux substances chimiquement distinctes[25]). Donc, puisque la majorité des locuteurs apprennent et comprennent les termes d´espèces et d´éléments naturels

---

[25] Hilary Putnam, 1973, pp.127-130. Il s´agit, bien sûr, de l´argument de la «Terre jumelle» (ce n´est pas le seul argument cependant). On peut imaginer une planète, disons TJ, identique à la Terre à un détail près: tout ce qui sur la Terre est de l´eau est sur TJ une autre substance qui a toutes les apparences et les propriétés superficielles de notre eau mais qui est composée d´une autre molécule que H_2O. Donc, tant sur TJ que sur la Terre, les locuteurs du français associent au terme «eau» le même stéréotype. Mais sur TJ le terme «eau» ne désigne pas et n´a jamais désigné de l´eau (notre eau). Donc «eau» sur TJ n´a pas la même extension que «eau» sur la Terre. Or si deux termes ont des extensions distinctes, ils n´ont pas la même intension (notons que la converse de NI est valide, car ce qui est nécessaire est vrai). Donc l´intension du terme «eau» sur TJ n´est pas la même que l´intension du terme «eau» sur la Terre.

uniquement au moyen de stéréotypes, les locuteurs ne connaissent pas vraiment les intensions de ces termes.

Il existe un nombre considérable de noms propres et de termes d'espèces et d'éléments naturels dans les langues naturelles et ces termes sont utilisés couramment par les locuteurs. Donc, si la théorie de la désignation rigide est vraie, alors nous ne connaissons pas vraiment les intensions de plusieurs termes que nous utilisons. Et la cause de cela, pour employer les mots de Partee, c'est véritablement un manque d'*omniscience factuelle* («factual omniscience»)[26]. Ce manque d'omniscience factuelle explique en partie l'invalidité intuitive des inférences (2.11)-(2.12) et (2.13)-(2.14). Nous savons que le sujet de ces inférences, même s'il sait utiliser correctement les termes «Hesperus» et «Phosphorus», peut ignorer que Hesperus n'est pas Phosphorus et donc qu'il peut croire que Hesperus n'est pas Phosphorus.

Est-ce que les significations des items lexicaux ne sont que leurs intensions? Cette question est fondamentale pour toute analyse éventuelle des énoncés d'AP, que l'on accepte ou non la théorie de la désignation rigide. Si l'on estime de surcroît que la théorie de la désignation rigide est vraie, alors le problème se

---

[26] Barbara Hall Partee, 1982, p.91.

complique davantage et pose vraiment un problème de compétence sémantique, puisqu'il y a un fossé entre ce que la sémantique formelle caractérise comme étant ce qu'il faut connaître pour comprendre les termes de notre langue (leurs intensions) et ce que nous comprenons effectivement de ces termes lorsque nous les utilisons[27]. On ne peut qu'être d'accord avec la distinction que Daniel Laurier[28] a faite entre deux notions de compétence sémantique pour une langue L: une compétence *communicative* pour L et une compétence *forte* pour L. La compétence communicative pour L est l'habileté qui est requise pour se conformer aux pratiques linguistiques des locuteurs de L. La compétence forte pour L est la connaissance des valeurs sémantiques complètes de toutes les expressions de L, ce qui inclut l'habileté à saisir la proposition exprimée par tout

---

[27] Notons toutefois que dans la cadre de la théorie de Kaplan (1979), les significations sont identifiées aux caractères. La théorie de la rigidité a un certain lien avec la théorie des indexicaux de Kaplan, dans la mesure où elle affirme que les désignateurs rigides se comportent un peu comme les indexicaux (l'énoncé «ceci est de l'H_2O», prononcé dans un contexte où «ceci» sert à désigner de l'eau, exprime la même proposition que l'énoncé «l'eau est de l'H_2O»). Mais les désignateurs rigides diffèrent des indexicaux sur un point: tout indexical a un caractère *dynamique*, c'est-à-dire que son intension varie selon les contextes; par contre, tout désignateur rigide, une fois son extension fixée dans un contexte, a un caractère *stable*, c'est-à-dire qu'il conserve son intension à travers les contextes d'énonciations. Dans la théorie de Kaplan, deux désignateurs rigides de même extension ont la même intension et le même caractère, donc la même signification.

[28] Daniel Laurier, 1986.

énoncé de L, donc l´habileté à saisir la proposition exprimée par tout énoncé métaphysiquement nécessaire de L. Mais une compréhension communicative d´un énoncé de L n´est pas une non-compréhension. A la lumière de cette distinction, la sémantique formelle de LI exige une compréhension forte. Donc, sur le plan lexical, elle apparaît comme une sémantique irréaliste, beaucoup trop exigeante par rapport à ce que les locuteurs normaux ont besoin de connaître pour comprendre les énoncés de leur langue.

La question cruciale semble donc être la suivante: qu´est-ce que nous comprenons, lorsque nous comprenons un énoncé comme «Hesperus est identique à Phosphorus», si l´on ne saisit pas la proposition qu´il exprime? Une partie de la réponse est certainement que lorsque nous comprenons un énoncé de ce genre, nous savons que celui-ci peut avoir une grande valeur pour la connaissance. Les énoncés «Hesperus est identique à Phosphorus» et «Hesperus est identique à Hesperus» sont tous les deux nécessaires, mais le premier véhicule une information empirique que le second ne véhicule pas. Nous pouvons donc assigner aux énoncés (2.11) et (2.12), de même qu´aux énoncés (2.13) et (2.14), des valeurs de vérité différentes précisément parce que les énoncés «Hesperus = Hesperus» et «Hesperus = Phosphorus» ont des valeurs cognitives différentes. Nous savons très bien que n'importe qui ignorant le fait empirique que Hesperus est le même astre que Phosphorus peut venir à apprendre ce fait en lisant ou en entendant quelque part l'énoncé «Hesperus est identique à Phosphorus». Nous constatons que contrairement aux opérateurs modaux et temporels, les verbes d'AP sont sensibles aux valeurs cognitives des énoncés métaphysiquement nécessaires. Une bonne partie du problème semble donc résider dans le fait que la sémantique de LI, dans sa forme première, est incapable de capturer les différences entre les valeurs cognitives des énoncés métaphysiquement nécessaires d'une part et celles des énoncés triviaux, ou analytiques, d'autre part. Elle est même incapable de capturer la différence entre les valeurs cognitives de deux énoncés métaphysiquement nécessaires, comme «Hesperus = Phosphorus» et «eau = H_2O» par exemple. Toute solution au problème de l'échec du PSIIAP doit, d'une façon ou d'une autre, être basée sur la reconnaissance de ces valeurs cognitives que les locuteurs normaux, possédant une compétence communicative, assignent aux énoncés de genre[28]. Et nous pensons que tout

---

[28] Même les défenseurs de la théorie de la désignation rigide reconnaîssent que les noms propres et les termes d'espèces et d'éléments naturels de même extension ne sont pas en général intersubstituables dans les contextes d'AP. Par exemple, Kripke (dans Saul Kripke, *op. cit.*, p.20) écrit: «My view that the English sentence "Hesperus is Phosphorus" could sometimes be used to raise an empirical issue while "Hesperus is Hesperus" could not shows that I

traitement de ce problème doit être suffisamment général pour pouvoir rendre compte du problème quel que soit la théorie de la synonymie lexicale que l'on est prêt à accepter.

Il existe cependant plus qu'une façon de rendre compte de la différence entre les valeurs cognitives de deux items lexicaux distincts mais de même intension et donc des différences entre les valeurs cognitives de deux énoncés qui diffèrent au plus par des variants lexicaux de même intension. Nous devons avouer que nous n'avons aucune suggestion originale à proposer. Nous nous proposons seulement de discuter quelques stratégies déjà connues. Certaines s'harmonisent très bien avec la façon dont nous envisageons de traiter le problème de l'échec du PSELAP, d'autres moins. Nous allons traiter de cette question dans le chapitre 6.

---

do not treat the *sentences* as completely interchangeable». Ailleurs cependant, Kripke (dans Saul Kripke, 1979, p.247) avoue que l'échec de la substitution des noms propres codésignatifs dans les contextes d'AP demeure pour lui un «mystère».

CHAPITRE III

VERS UNE ANALYSE DES ENONCES D'ATTITUDES PROPOSITIONNELLES

Dans ce chapitre, qui est divisé en quatre sections, nous exposons la stratégie que nous allons suivre pour traiter l'échec du PSELAP. Cette stratégie est celle de l'*analyse hyperintensionnelle* des énoncés d'AP, qui est basée sur la notion de *structure intensionnelle*. Nous exposons également la solution que nous allons appliquer pour résoudre un des principaux problèmes que rencontre l'analyse hyperintensionnelle, à savoir, le problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels.

Dans la première section, nous tentons d'identifier la cause de l'échec du PSELAP. Nous y verrons que les verbes d'AP sont fondamentalement ambigus et nous concluons qu'il est nécessaire d'opter pour une analyse qui rend compte de cette ambiguïté. Dans la deuxième section, nous introduisons, d'abord informellement et ensuite formellement, la notion de structure intensionnelle. Nous montrons comment cette notion permet de rendre compte de l'ambiguïté des verbes d'AP et de certains problèmes concernant la compréhension des énoncés. Dans la troisième section, nous présentons les bases techniques de l'analyse hyperintensionnelle des énoncés d'AP et le problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels. Afin dans la quatrième section nous exposons dans les grandes lignes: d'une part, notre projet d'intégrer l'analyse hyperintensionnelle dans le cadre conceptuel de LI; d'autre part, la façon dont nous envisageons de résoudre, à l'aide de la notion de *domaine réflexif* (ou domaine *de Scott*), le problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels .

A. La cause de l'échec du PSELAP.

Comme nous l'avons souligné dans le précédent chapitre, l'échec du PSELAP ne dépend pas fondamentalement d'un manque d'omniscience logique puisqu'il y a échec de ce principe même pour des énoncés logiquement équivalents relativement simples. Nous ne voulons pas dire que le PSELAP ne pose pas un problème d'omniscience logique. Nous disons seulement que ce problème n'est pas le seul et qu'il est tout compte fait plus important d'identifier la cause de l'échec du PSELAP lorsque des énoncés logiquement équivalents relativement simples sont en cause.

Un diagnostic possible de l'échec du PSELAP serait celui-ci: la cause fondamentale de l'échec du PSELAP est l'hypothèse dont découle le PSELAP, à savoir, que les objets des AP sont des propositions. Ce diagnostic paraît tout à fait logique. Malheureusement, les choses ne sont pas aussi simples que cela. D'une part, vue d'une certaine façon, l'hypothèse en question peut très bien être justifiée. D'autre part, indépendamment de cette hypothèse, le PSELAP n'est pas en soi si contre-intuitif qu'il peut le sembler à première vue. En fait, nous pensons que le PSELAP est valide dans certains contextes et donc que toute analyse des énoncés d'AP doit maintenir ce principe. Le problème de l'échec du PSELAP repose en fait sur une ambiguïté des verbes d'AP. Il s'agit alors de spécifier précisément l´interprétation des verbes d´AP qui induit l´échec du PSELAP.

Considérons d´abord l´hypothèse que les objets des AP sont des propositions. Il est certain que cette hypothèse est propre à susciter des questionnements. Par exemple, on peut se demander s´il y a un sens à définir les croyances comme des relations entre des agents et des ensembles de mondes possibles. Robert Stalnaker, qui est un des principaux défenseurs de la théorie propositionnaliste des AP, nous a déjà proposé une justification de cette définition dans la perspective d´une théorie du comportement rationnel[1]. La justification de Stalnaker est assez difficile à résumer en peu de mots; en gros, il soutient que la meilleure façon d´expliquer le comportement d´un agent rationnel consiste à montrer qu´en se comportant ainsi, l´agent peut réaliser ses désirs dans les mondes possibles où ses croyances sont réalisées[2]. Il s´ensuit qu´il suffit, pour

---

[1] Robert Stalnaker, 1976.

[2] On présuppose que l´agent à déjà déterminé les situations possibles les plus susceptibles d´être réalisées ou de se réaliser, ce qui induit chez lui une disposition à se comporter d´une certaine façon plutôt qu´une autre en fonction de ses désirs et de ses craintes. Stalnaker (dans *loc. cit.*, p.81) écrit: «The function of belief is simply to determine which are the relevant alternative possibles situations, or in more sophisticated version of the theory, to rank them with respect of their probability under various conditions to becoming actual».

décrire correctement le contenu d´une croyance qu´entretient un agent rationnel x, d´utiliser un énoncé qui est vrai dans tous et seulement dans les mondes possibles où la croyance de x est vraie. De ce point de vue, le PSELAP est rigoureusement valide. D´une part, n´importe quel énoncé qui est vrai dans les mondes où la croyance de x est vraie décrit correctement la croyance de x. D´autre part, il n´est pas nécessaire, pour que x puisse entretenir une croyance vis-à-vis une proposition G, que x sache que tel et tel énoncé Φ exprime G. Donc même si x sait que Φ exprime G et que x exprime le contenu de sa croyance vis-à-vis G au moyen de Φ, il n´est pas nécessaire, étant donné n´importe quel autre énoncé Φ´ logiquement équivalent à Φ, que x sache ou réalise que Φ´ exprime G. Donc le fait que x pourrait ne pas réaliser qu´en croyant que Φ, il croit que Φ´, n´a strictement aucune importance. D´où la validité de l´inférence (2.3)-(2.4), si Φ et Φ´ sont logiquement équivalents.

Nous ne voulons pas nous attarder plus longuement sur la justification de Stalnaker. Nous pensons seulement qu´il faut reconnaître que l´hypothèse que les objets des AP sont des propositions a un certain contenu intuitif. En acceptant cette hypothèse, le PSELAP est un principe inévitable. Mais de toute façon, indépendamment de toute hypothèse concernant les objets des AP, le PSELAP a un sens. En effet, il semble que dans bien des cas, un agent rationnel linguistiquement compétent, qui est naturellement disposé à exprimer une de ses croyances par un énoncé Φ mais non par un autre énoncé Φ' logiquement équivalent à Φ, peut être logiquement amené à reconnaître qu'en croyant que Φ, il croit que Φ'. Par exemple, si je crois qu'il neige ou qu'il pleut, je dois reconnaître que je crois qu'il n'est pas le cas qu'il ne neige pas et qu'il ne pleut pas. L'inférence (2.5)-(2.6) est plus problématique, mais elle peut être interprétée de la même façon. Pierre croit que Paul est malade. Or Pierre pourrait, après réflexion, se rendre compte par lui-même (c'est la supposition que nous avons faite dans le précédent chapitre), ou avec l'aide d'un logicien, qu'en croyant cela, il croit aussi que si Paul n'est pas malade alors aucune chose n'est identique à elle-même. Sans doute, il pourrait trouver cela étrange. Mais d'un point de vue logique, il devra accepter cette conclusion.

L'échec du PSELAP semble donc lié à l'ambiguïté des verbes d'AP. Cette ambiguïté a été reconnue à maintes reprises par plusieurs auteurs. George Bealer[3] par exemple estime que le sujet x d'un énoncé de la forme

---

[3] George Bealer, 1982, chapitre 7, section 39, pp.166-176.

⌜x croit que Φ⌝, en supposant que l´énoncé est vrai, satisfait à au moins deux conditions. La première est que x est *cognitivement engagé* («cognitively committed») envers la proposition qui est littéralement exprimée par l´énoncé Φ. Bealer n´explicite pas ce qu´il entend par un engagement cognitif envers une proposition, mais implicitement, il laisse entendre que l´engagement cognitif envers une proposition G s´apparente à une croyance relationnelle, ou *de re*, vis-à-vis G. La seconde condition est que x a une *conviction épistémique* («conviction in acquaintance») envers une proposition déterminée, possiblement différente de celle qui est exprimée littéralement par l´énoncé Φ. C´est en vertu de sa conviction épistémique envers une proposition déterminée que x est cognitivement engagé envers la proposition exprimée par Φ. En général, toute personne est cognitivement engagée vis-à-vis toutes les propositions envers lesquelles elle a une conviction épistémique, mais la converse n´est pas vraie. Une personne peut être cognitivement engagée envers une proposition G sans avoir une conviction épistémique envers G. Donc, selon Bealer, le verbe «croire» est pragmatiquement, sinon sémantiquement, ambigu. Dans certains contextes, ⌜x croit que Φ⌝ signifie:

> x est cognitivement engagé envers la proposition exprimée par l´énoncé Φ.

Dans d´autres contextes, ⌜x croit que Φ⌝ signifie:

> x a une conviction épistémique envers la proposition exprimée par l´énoncé Φ.

Notons cependant que le cadre théorique où Bealer trace cette distinction est très différent du nôtre. En particulier, dans la sémantique de Bealer la notion de proposition n´est pas définie en termes de mondes possibles. La notion de proposition dans cette sémantique induit un partage plus fin de la classe des énoncés, c´est-à-dire, deux énoncés Φ et Φ' qui dans la sémantique de Bealer expriment la même proposition expriment aussi la même proposition dans la sémantique de LI, mais la converse n´est pas vraie. Néanmoins, nous pouvons faire une distinction similaire à celle de Bealer pour expliquer l´échec du PSELAP dans le cadre de l´analyse standard.

Faisons une hypothèse: tout énoncé de la forme ⌜x croit que Φ⌝ a un sens mi-citationnel, mi-propositionnel, c´est-à-dire qu´il signifie que x croit la proposition exprimée par Φ en se représentant linguistiquement cette proposition au moyen d´un énoncé, qui est l´énoncé dont x s´est servi, se sert ou se servirait pour exprimer sa croyance en la proposition exprimée par Φ. Mais cet énoncé n'est pas nécessairement Φ; il est possible que ce soit un autre énoncé qui exprime la même proposition. Cela implique qu'il y a moins deux sens du verbe «croire». Ces deux sens peuvent être spécifiés par deux verbes: «croire$_1$» et «croire$_2$». Nous allons spécifier les sens respectifs de ces deux verbes sur la base d'une idée de Nathan Salmon[4], selon laquelle le verbe «croire» dénote une relation ternaire entre des agents, des propositions et des moyens par lesquels les agents se représentent les propositions, en l'occurrence, des énoncés. D'abord définissons $\ulcorner$x croit$_1$ que $\Phi\urcorner$ comme suit:

Def.1. $\ulcorner$x croit$_1$ que $\Phi\urcorner =_{df} \ulcorner$x croit que Φ, au moyen de l'énoncé 'Φ'$\urcorner$.

Dans l'explicatum de Def.1, Φ doit être remplacé par n'importe quel énoncé à la fois à l'extérieur et à l'intérieur des guillemets simples. Dans $\ulcorner$x croit que $\Phi\urcorner$, $\ulcorner$que $\Phi\urcorner$ dénote simplement la proposition exprimée par l'énoncé Φ. Dans $\ulcorner$au moyen de l'énoncé 'Φ'$\urcorner$, 'Φ' dénote l'énoncé Φ. Par exemple, l'énoncé:

Pierre croit$_1$ que Paul est malade

signifie littéralement:

---

[4] Nathan Salmon, 1986, chapitre 8, pp.103-118.

Pierre croit que Paul est malade, au moyen de l'énoncé 'Paul est malade'.

D'autre part, définissons $\ulcorner$x croit$_2$ que $\Phi\urcorner$ comme suit:

Def.2. $\ulcorner$x croit$_2$ que $\Phi\urcorner$ $=_{df}$ $\ulcorner$x croit que Φ, au moyen d'un énoncé possiblement différent de 'Φ'$\urcorner$.

Par exemple, l'énoncé:

Pierre croit$_2$ que Paul est malade

signifie littéralement:

Pierre croit que Paul est malade, au moyen d'un énoncé possiblement différent de 'Paul est malade'.

Reprenons notre inférence (2.5)-(2.6) concernant Pierre. A la lumière de la distinction entre «croire$_1$» et «croire$_2$», cette inférence apparaît invalide si on l'interprète comme (3.1)-(3.2):

(3.1) Pierre croit$_1$ que Paul est malade

(3.2) Pierre croit$_1$ que si Paul n'est pas malade alors aucune chose n'est identique à elle-même.

Par contre, elle apparaît *valide* si on l'interprète comme (3.3)-(3.4):

(3.3) Pierre croit$_1$ que Paul est malade

(3.4) Pierre croit$_2$ que si Paul n'est pas malade alors aucune chose n'est identique à elle-même.

D'une façon similaire, l'inférence (2.7) concernant Jourdain apparaît invalide si nous remplaçons dans la prémisse et dans la conclusion «croyait» par «croyait$_1$». Par contre, elle apparaît *valide* si nous remplaçons «croyait» par «croyait$_1$» dans la première prémisse et «croyait» par «croyait$_2$» dans la conclusion.

D'une façon générale, si Φ et Φ' sont deux énoncés logiquement équivalents, alors les schémas d'inférences (3.5)-(3.6) et (3.7)-(3.8) sont valides, tandis que les schémas (3.9)-(3.10) et (3.11)-(3.12) ne le sont pas:

(3.5) x croit$_1$ que Φ

(3.6) x croit$_2$ que Φ'

(3.7) x croit$_2$ que Φ

(3.8) x croit$_2$ que Φ'

(3.9) x croit$_1$ que Φ

(3.10) x croit$_1$ que Φ'

(3.11) x croit$_2$ que Φ

(3.12) x croit$_1$ que Φ'

Il semble que notre distinction entre les sens 1 et 2 du verbe «croire» vaut aussi pour la plupart des autres verbes d'AP, comme les verbes «savoir» et «désirer». Quoi qu'il en soit, nous n'envisageons pas de mettre au point une analyse des énoncés d'AP en termes de relations de ternaires entre des agents, des propositions et des énoncés. Nous avons seulement voulu montrer qu'il est possible d'extraire une dualité de sens dans les verbes d'AP et que cette dualité est similaire à la dualité des sens 1 et 2. A cause de cette dualité, le PSELAP est dans un sens acceptable, mais dans un autre sens, il ne l'est pas. Il semble qu'il y a échec du PSELAP lorsque nous interprétons systématiquement les verbes d'AP dans un sens similaire au sens 1, ou, ce qui est plus rare parce que cela est moins naturel, lorsque nous interprétons les verbes d'AP dans un sens similaire au sens 2 dans les prémisses et dans un sens similaire au sens 1 dans la conclusion.

La distinction entre les sens 1 et 2 des verbes d'AP ne règle cependant pas le problème de la compréhension des énoncés. En effet, pour un énoncé Φ quelconque, la croyance$_1$ que Φ ne s'accompagne pas nécessairement d'une conviction épistémique envers la proposition exprimée par l'énoncé Φ. Certes, si je crois$_1$ que la neige est blanche, par exemple, alors sans doute j'ai une conviction épistémique envers la proposition exprimée par: «La neige est blanche», car cet énoncé est suffisamment simple pour que je sois en mesure de saisir immédiatement la proposition que cet énoncé exprime. Cependant, si provisoirement je crois$_1$ que 68 + 58 = 116, par exemple, alors on ne peut pas dire que j'ai une conviction épistémique envers la proposition que l'énoncé: «68 + 58 = 116», exprime. En effet, cette proposition est ϕ. Or il est impensable qu'un être rationnel puisse être convaincu que ϕ est vraie. Donc, tant et aussi longtemps que je crois$_1$ que 68 + 58 = 116, j'ignore quelle proposition l'énoncé: «68 + 58 = 116», exprime. Eventuellement, je vais me rendre compte que «68 + 58 = 116» est faux, donc je vais réaliser que je croyais en l'impossible, donc je vais abandonner ma croyance$_1$ que 68 + 58 = 116 (mais je vais probablement conserver ma croyance$_2$ que 68 + 58 = 116, car il existe probablement un autre énoncé Φ, différent de «68 + 58 = 116», qui exprime aussi ϕ et tel que je crois$_1$ que Φ). Donc, pour certains énoncés Φ, il est possible de croire$_1$ que Φ sans connaître la proposition que Φ exprime. La question est donc celle-ci: comment un agent peut-il croire$_1$ que Φ sans saisir la proposition exprimée par Φ?

On peut supposer que lorsqu'un agent croit$_1$ que Φ sans savoir quelle proposition Φ exprime, celui-ci a une conviction épistémique à l´endroit de la proposition exprimée par l´énoncé: «La proposition exprimée par l´énoncé ´Φ´ est vraie». Mais cela ne répond pas à la question. Comment un agent peut-il avoir une conviction épistémique envers la proposition exprimée par l´énoncé: «La proposition exprimée par l´énoncé ´Φ´ est vraie», s´il ne saisit pas la proposition exprimée par Φ? Evidemment, l´agent peut être amené, sur la base des écrits, des dires, ou des comportements d´autres personnes, à tenir l´énoncé Φ pour vrai. Mais cela n´est pas pertinent. A la limite, nous pouvons, sur la base des écrits, des dires, ou des comportements d´autres personnes, être amenés à tenir un énoncé Φ pour vrai même si Φ appartient à un langage qui nous est complètement inconnu. Or on suppose ici que Φ est un énoncé qui appartient à un langage très bien maîtrisé par l´agent et que ce dernier croit1 que Φ sur la base de sa compréhension du langage.

Nous pensons que la réponse à notre que question réside, en grande partie, dans la notion de *structure intensionnelle*. Cette notion n´est pas nouvelle, puisqu´elle remonte à Rudolf Carnap[5]. Elle fut pas la suite reprise et intégrée dans la théorie des modèles par

---

[5] Rudolf Carnap, 1947, chapitre 1, sections 13-14, pp.53-59.

Max Cresswell[6] et John Bigelow[7] pour traiter spécifiquement le problème des énoncés d´AP et spécialement l´échec du PSELAP. Elle fut également présentée par David Lewis[8] sous le nom de «signification» («meaning»), bien que Lewis n´a jamais envisagé d´utiliser cette notion pour traiter le problème de l´échec du PSELAP. Nous allons présenter cette notion, d´abord informellement et ensuite formellement, puis nous expliquerons comment elle permet de traiter le problème de l´échec du PSELAP (section C).

B. La notion de structure intensionnelle.

Informellement, la structure intensionnelle de toute expression linguistique complexe Ω est la suite des intensions des constituants élémentaires de Ω, structurée selon le mode de composition selon lequel les intensions de ces constituants élémentaires se combinent pour former l´intension de Ω. Donc, la structure intensionnelle de Ω contient deux informations qui ne sont pas contenues dans l´intension de Ω. Ces informations sont: d´une part, les intensions des constituants élémentaires de Ω; d´autre part, la façon dont les intensions des constituants de Ω

6 Max Cresswell, 1975 et 1985.

7 John C. Bigelow, 1978a et 1978b.

8 David Lewis, 1970.

contribuent à déterminer l'intension de Ω. Tout locuteur doit d'abord connaître ces deux informations avant d'être en mesure de déterminer l'intension de Ω. Telle est une conséquence du principe de compositionnalité: l'intension de Ω est fonction des intensions des constituants de Ω. Donc pour connaître l'intension de Ω, il faut d'abord connaître les intensions de ses constituants et la façon dont ces intensions s'assemblent pour former l'intension de Ω.

Pour les énoncés, la notion de structure intensionnelle semble mieux capturer la notion intuitive de signification que la notion de proposition. Les énoncés: «Il neige ou il ne neige pas» et «Il pleut ou il ne pleut pas», par exemple, expriment la même proposition mais n'ont pas tout à fait la même signification, car leurs constituants respectifs, à savoir les énoncés: «Il neige» et «Il pleut», n'expriment pas la même proposition. D'une façon similaire: «$2 = 2$» et «$\sqrt{196} > 13$», expriment la même proposition mais n'ont manifestement pas la même signification. Effectivement, les intensions des constituants élémentaires de «$2 = 2$» sont différentes des intensions des constituants élémentaires de «$\sqrt{196} > 13$».

Pour définir formellement la notion de structure intensionnelle, il est plus simple d'utiliser un cadre linguistique où la notion d'intension est définie selon la méthode[2]. Nous allons donc provisoirement adopter cette méthode. Pour ce faire, nous allons d'abord spécifier un cadre linguistique formel très simple, soit un langage catégoriel sans variable, combiné à une sémantique dans la tradition de la théorie des modèles.

B.1. Le cadre linguistique LC.

Nous appelons simplement LC notre langage catégoriel. D'abord nous définissons l'ensemble des catégories syntaxiques de LC et l'ensemble des expressions de LC.

B.1.1. La syntaxe de LC.

L'ensemble des catégories syntaxiques de LC est le plus petit ensemble C tel que:

(i) N, S $\in$ C - N et S sont les catégories de base *nom* et *énoncé* respectivement.

(ii) Si α, $\beta \in$ C, alors $\langle\alpha,\beta\rangle \in$ C.

Soit pour chaque $\alpha \in$ C, F_α l'ensemble (possiblement vide) des *constantes* de la catégorie α. Pour chaque $\alpha \in$ C, l'ensemble des *expressions* de la catégorie α est le plus petit ensemble E_α récursivement défini comme suit:

R1. (i) $F_\alpha \subseteq E_\alpha$.

(ii) Si A $\in E_{\langle\beta,\alpha\rangle}$ et B $\in E_\beta$, alors [AB] $\in E_\alpha$.

Par exemple, si $R \in F_{<N,<N,S>>}$ est un prédicat binaire et $a, b \in F_N$ sont des noms d'individus, alors $[[Ra]b] \in E_S$.

Nous allons maintenant définir la sémantique de LC et la notion de structure intensionnelle pour les expressions de chaque catégorie de LC.

B.1.2. La sémantique de LC.

Soit U l'ensemble des individus et I l'ensemble de mondes possibles. Sur la base de U et I, nous définissons récursivement, pour chaque $\alpha \in C$, l'ensemble D_α des *intensions possibles* pour les expressions de la catégorie α:

R2. (i) $D_N = U^I$

(ii) $D_S = 2^I$

(iii) Si α, $\beta \in C$, alors $D_{<\alpha,\beta>} = D_\beta^{D_\alpha}$.

Nous définissons ensuite récursivement, pour chaque $\alpha \in C$, l'ensemble des *structures intensionnelles possibles* pour les expressions de la catégories α. Il s'agit du plus petit ensemble A_α tel que:

R3. (i) $D_\alpha \subseteq A_\alpha$.

(ii) Si $x \in A_{<\beta,\alpha>}$ et y A_β, alors $<x, y> \in A_\alpha$.

Soit V une fonction qui assigne à chaque expression de LC de la catégorie α une *intension* dans $D\alpha$ selon les règles compositionnelles suivantes:

R4. (i) Si $A \in F\alpha$, alors $V(A) \in D\alpha$.

(ii) Si $A \in E\langle\alpha,\beta\rangle$ et $B \in E\alpha$, alors

$$V([AB]) = V(A)(V(B)).$$

Sur la base de V, nous définissons une fonction S qui assigne à chaque expression de LC de la catégorie α une structure intensionnelle dans $A\alpha$ selon les règles récursives que voici:

R5. (i) Si $A \in F\alpha$, alors $S(A) = V(A)$.

(ii) Si $A \in E\langle\alpha,\beta\rangle$ et $B \in E\alpha$, alors

$$S([AB]) = \langle S(A), S(B)\rangle.$$

Par exemple:

$$\begin{aligned} S([[Ra]b]) &= \langle S([Ra]), S(b)\rangle \\ &= \langle\langle S(R), S(a)\rangle, S(b)\rangle \\ &= \langle\langle V(R), V(a)\rangle, V(b)\rangle. \end{aligned}$$

B.2. Commentaires sur la notion de structure intensionnelle.

Quel rapport existe-t-il entre la notion de structure intensionnelle et notre problème de la compréhension des énoncés? Un agent qui momentanément croit₁ que 58 + 68 =

116 peut ne pas croire$_1$ que 2 + 2 = 5. Or on peut expliquer cela en partie par la différence entre la structure intensionnelle de «5C + 68 = 116» et celle de «2 + 2 = 5». C'est-à-dire, l'agent qui momentanément croit$_1$ que 58 + 68 = 116 croit cela en partie en raison de ce que les expressions «58», «+», «68», «=» et «116» signifient. L'agent comprend chacune de ces expressions séparément, il peut donc tenir pour vrai «58 + 68 = 116» sans tenir pour vrai «2 + 2 = 5», ou «Il peut et il ne pleut pas». En ce sens, même s'il ne sait pas encore que «58 + 68 = 116» est faux, donc même s'il ne sait pas encore quelle proposition est exprimée par cet énoncé, il a néanmoins une certaine compréhension de cet énoncé. Il le comprend suffisamment bien pour être en mesure de s'apercevoir qu'il a fait une erreur de calcul et donc de réaliser qu'il croyait en l'impossible. L'inférence (2.7) concernant Jourdain peut aussi être l'objet d'une explication similaire. Ce cas est plus compliqué toutefois car personne n'est en mesure déterminer la proposition que Jourdain croyait. Néanmoins, Jourdain croyait$_1$ que l'axiome du choix est une conséquence des autres axiomes de la théorie des ensembles, mais il ne croyait$_1$ pas que ces autres axiomes sont inconsistants. Nous pouvons rendre compte de cette différence de croyances par la différence entre les structures intensionnelles des énoncés: «L'axiome du choix est une conséquence des autres axiomes de la

théorie des ensembles» et «Les axiomes de la théorie des ensembles, moins l'axiome du choix, sont inconsistants». Dans la structure intensionnelle de chacun de ces énoncés, les intensions des composants sont liées entre elles d'une façon cohérente et cet assemblage cohérent confère à l'énoncé une signification tout à fait accessible à quiconque connaît la métamathématique.

Une personne qui ne saisit pas exactement la proposition exprimée par un énoncé Φ de sa langue n'est pas dans la même position d'une autre personne qui est complètement ignorante de la langue dans laquelle Φ est formulé. En particulier, une personne qui ne saisit pas exactement la proposition exprimée par un énoncé Φ de sa langue peut comprendre suffisamment de choses dans Φ pour être en mesure de déterminer exactement la proposition que Φ exprime. En effet, notre précédent exemple avec l'énoncé «58 + 68 = 116» montre qu'il est possible de connaître la signification de chacun des termes qui composent un énoncé Φ sans saisir immédiatement la proposition que Φ exprime. Et ce qui est vrai pour les énoncés mathématiques l'est aussi pour les énoncés du langage ordinaire. Retournons à notre inférence (2.5)-(2.6). Supposons que Pierre refuse de cautionner cette inférence pour la simple raison qu'il ne saisit pas dans l'instant la proposition exprimée par l'énoncé: «Si Paul n'est pas malade alors aucune chose n'est identique à elle-même». Donc dans un sens, Pierre n'a pas vraiment compris dans l'instant cet énoncé. Mais si par hypothèse, Pierre connaît l'intension de chacun des termes qui composent cet énoncé, alors il est en mesure de saisir la proposition que cet énoncé exprime. En ce sens, Pierre a eu dans l'instant une certaine compréhension de cet énoncé: il a compris suffisamment de choses dans cet énoncé pour pourvoir déterminer la proposition qui est exprimée par celui-ci. Ce qu'il a compris dans cet énoncé, c'est précisément les intensions des composants de l'énoncé plus la façon dont il est possible de déterminer, à partir de ces intensions, la proposition que cet énoncé exprime. En somme, il a saisi sa structure intensionnelle[9].

La différence entre les sens 1 et 2 des verbes d'AP peut aussi se formuler différemment à l'aide de la notion de structure intensionnelle. Ainsi, nous avons expliquer le caractère problématique de l'inférence (2.5)-(2.6) en disant que Pierre $croit_1$ que Paul est malade mais qu'il ne $croit_1$ pas que si Paul n'est pas malade alors aucune chose

[9] Ainsi, le fait de ne pas saisir la proposition qu'un énoncé Φ exprime ne dépend pas toujours d'une ignorance des significations de certains termes qui composent Φ. Si, par exemple, j'ignore ce que signifie le mot «planétarium», alors il est clair que je ne suis pas en mesure de saisir la proposition exprimée par l'énoncé: «Il y a un planétarium à Montréal».

n´est identique à elle-même. Ici on peut supposer que Pierre a une conviction épistémique envers la proposition exprimée par l´énoncé «Paul est malade». Il a cette conviction, mais il se représente lui-même l´objet de sa conviction par l´énoncé «Paul est malade», non par l´énoncé «Si Paul n´est pas malade alors aucune chose n´est identique à elle-même». Pourquoi? La raison est sans doute en grande partie d´ordre pragmatique. Pour un locuteur du français, la façon la plus simple (la plus économique) de représenter linguistiquement la proposition que Paul est malade est d´utiliser l´énoncé «Paul est malade». Mais la raison est aussi partiellement d´ordre sémantique. Les énoncés «Paul est malade» et «Si Paul n´est pas malade alors aucune chose n´est identique à elle-même» n´ont pas tout à fait la même signification, c´est-à-dire la même structure intensionnelle. Il semble correct de supposer que ce n´est probablement pas par le biais des *concepts* (individuels et généraux) qu´expriment les termes qui composent l´énoncé «Si Pierre n´est pas malade, alors aucune chose n´est identique à elle-même» que Pierre a une conviction épistémique envers la proposition que Paul est malade, mais que c´est plutôt par le biais des seuls concepts exprimés par «Paul» et «être malade» que Pierre a cette conviction. Ces deux concepts réunis forment la proposition que Paul est malade. Tout autre concept additionnel est inutile et même non pertinent. Certes, si on demande à Pierre s'il est d'accord avec l'inférence (2.5)-(2.6) et qu'il répond que non, alors il est toujours possible que la raison de son refus soit qu'il n'a pas très bien saisi la proposition exprimée par (2.6). Mais c'est peut être cela, plus le fait qu'il *n'a pas* la conviction épistémique envers proposition que Paul est malade *par le biais* des concepts impliqués dans la saisie de la proposition qu'exprime l'énoncé «Si Pierre n'est pas malade, alors aucune chose n'est identique à elle-même». Si, après réflexion, Pierre réalise que les deux propositions sont les mêmes, il devra admettre que dans un sens, (2.6) est vrai, mais il pourrait aussi nous expliquer que sa croyance que Paul est malade n'a rien à voir à la proposition que toute chose est identique à elle-même. Pierre aurait tout à fait raison de dire cela. D'une façon similaire, on peut rendre compte de la croyance$_1$ que 58 + 68 = 116 par ce que Max Cresswell appelle une croyance *de re* à propos des significations des constituants de «58 + 68 = 116»[10]. Il s'agit de la croyance que le résultat de l'application de la *fonction d'addition* (dénotée par «+»), aux *nombres* 58 et 68 (dénotés par «58» et «68»), est *identique* (est dans la relation dénotée par «=») au *nombre* 116 (dénoté par

---

[10] Max Cresswell, 1985, chapitre 2, pp.17-23. Il ne s'agit évidemment pas d'une croyance *de re* non-épistémique à propos d'une proposition, mais bien d'une croyance *de re* épistémique à propos d'objets.

«116»). Il s'agit vraiment d'une croyance vis-à-vis quelque chose qui peut être représenté par objet complexe dont la structure est <=, <+, 58, 68>, 116>.

Nous croyons avoir bien montré l'intérêt théorique de la notion de structure intensionnelle, que ce soit relativement au problème de la compréhension des énoncés ou relativement aux problème de l'interprétation des énoncés d'AP. Nous allons maintenant exposer les bases techniques de l'analyse hyperintensionnelle des énoncés d'AP, qui est l'analyse que nous envisageons d'intégrer dans la sémantique de LI.

C. L'analyse hyperintensionnelle des énoncés d'AP.

En général, si Φ et Φ' sont deux énoncés différents mais logiquement équivalents, alors la structure intensionnelle de Φ est différente de celle de Φ' et cette différence explique en grande partie la possibilité de croire que Φ sans croire que Φ'. Ce que nous appelons l'*analyse hyperintensionnelle* des énoncés d'AP n'est rien d'autre que l'analyse qui traite les verbes d'AP comme des expressions qui dénotent parfois des relations entre des agents et des propositions et parfois des relations entre des agents et des structures intensionnelles d'énoncés. Donc cette analyse affirme qu'il existe une ambiguïté dans les verbes d'AP et cette ambiguïté est similaire à notre ambiguïté entre les sens 1 et 2. En particulier, pour n´importe quel énoncé Φ, le fait de croire$_1$ que Φ devient, dans l´analyse hyperintensionnelle, le fait d´entretenir une relation de croyance dont l´objet est la structure intensionnelle de Φ; d´autre part, le fait de croire$_2$ que Φ devient le fait d´entretenir une relation de croyance dont l´objet est simplement la proposition exprimée par Φ. Lorsque le verbe «croire» est interprété comme dénotant une relation entre des agents et des structures intensionnelles, ce verbe induit des contextes linguistiques qui ne sont ni extensionnels, ni intensionnels[11]. Tout contexte linguistique qui n´est ni extensionnel, ni intensionnel, est un *contexte hyperintensionnel*. Toute expression qui est susceptible d´induire des contextes hyperintensionnels est un *opérateur hyperintensionnel*.

Le pionnier de l´analyse hyperintensionnelle des énoncés d´AP est Max Cresswell. Dans son premier article sur le sujet[12], Cresswell suggéra une analyse formelle des énoncés d´AP qui à part certaines modifications mineures,

---

[11] Un contexte linguistique est *extensionnel* si toutes les expressions de même extension sont intersubstituables dans ce contexte sans changer l´extension de l´expression qui contient ce contexte. Un contexte linguistique est *intensionnel* si toutes les expressions de même intension sont intersubstituables dans ce contexte sans changer l´intension l´expression qui contient ce contexte.

[12] *Idem*, 1975.

n'a pas fondamentalement changé depuis. Voici une présentation succincte et simplifiée de cette analyse.

C.1. Le langage LCθ.

Nous appelons LCθ le langage LC modifié dans le but d'y intégrer l'analyse hyperintensionnelle. LCθ s'obtient à partir de LC de la façon suivante. D'abord, nous ajoutons dans notre langage LC un opérateur syncatégorématique, θ, et à la règle de formation R1 la clause suivante:

R1-(iii). Si $A \in E_{\langle\alpha,\beta\rangle}$ et $B \in E_{\alpha}$, alors $\theta[AB] \in E_{\beta}$.

Intuitivement, le rôle de θ consiste à indiquer, lorsqu'il est placé immédiatement devant une expression [AB], que l'intension de A prend pour argument non pas l'intension de B mais la structure intensionnelle de B. Evidemment, cela implique que nous devons modifier la définition des ensembles des intensions possibles pour les expressions de toute catégorie dérivée $\langle\alpha,\beta\rangle$. Pour LCθ, l'ensemble D_{α} des *intensions possibles* pour les expressions de la catégorie α n'est plus défini selon R2 mais plutôt selon R2' que voici:

R2´. (i) $D_N = U^I$

(ii) $D_S = 2^I$

(iii) Si α, $\beta \in C$, alors $D_{\langle\alpha,\beta\rangle}$ est l´ensemble des *fonctions partielles* de A_α dans D_β,

où pour chaque $\alpha \in C$, A_α (l´ensemble des structures intensionnelles possibles pour les expressions de la catégorie α) est récursivement défini selon la règle R3. Pour une raison que nous expliquerons bientôt, il est essentiel, pour éviter des paradoxes, de stipuler que $D_{\langle\alpha,\beta\rangle}$ est l´ensemble des fonctions partielles de A_α dans D_β, plutôt que l´ensemble des *fonctions totales* de A_α dans D_β. C´est-à-dire, il est essentiel de considérer que pour chaque fonction f dans $D_{\langle\alpha,\beta\rangle}$, il est possible que le domaine de f ne contienne pas certains éléments de A_α et donc que pour certains $x \in A_\alpha$, $f(x)$ ne soit pas défini[13].

Etant donné la nouvelle définition R2´ des domaines D_α, il doit être clair que pour toute expression $A \in E_{\langle\alpha,\beta\rangle}$, l´intension de A est une fonction partielle de A_α dans D_β. Toutefois, il n´est pas nécessaire que nous

---

[13] Il convient ici de définir précisément la notion de domaine d´une fonction. Par le domaine d´une fonction f d´un ensemble A dans un ensemble B, on entend le sous-ensemble D de A tel que pour tout $x \in D$, il existe un $y \in B$ tel que $f(x) = y$. Donc, si pour un $x \in A$, il n´existe pas un $y \in B$ tel que $f(x) = y$, alors x n´appartient pas au domaine de f; cela n´est qu´une façon équivalente de dire que f n´est pas définie pour x. Si f est totale, alors le domaine de f coïncide avec A.

modifions les clauses (i) et (ii) des règles R4 et R5. Mais nous pouvons maintenant ajouter à la règle R4 la clause R4-(iii) et à la règle R5 la clause R5-(iii):

R4-(iii). Si $A \in E_{\langle\alpha,\beta\rangle}$ et $B \in E_\alpha$, alors

$$V(\theta[AB]) = V(A)(S(B)).$$

R5-(iii). Si $A \in E_{\langle\alpha,\beta\rangle}$ et $B \in E_\alpha$, alors

$$S(\theta[AB]) = S([AB])$$[14].

Par exemple, soit $\Phi \in E_S$, $c \in F_N$ et $Bel \in F_{\langle S,\langle N,S\rangle\rangle}$ (ici Bel est l'opérateur de croyance). Donc $[[Bel\Phi]c] \in E_S$ et signifie intuitivement que c croit la proposition exprimée par Φ. Formellement:

$$\begin{aligned} V([[Bel\Phi]c]) &= V([Bel\Phi])(V(c)) \\ &= (V(Bel)(V(\Phi)))(V(c)), \end{aligned}$$

où $V(\Phi) \in D_S$ (si $V(\Phi)$ est défini). Cela est l'interprétation traditionnelle. D'autre part, nous pouvons aussi former l'expression $[\theta[Bel\Phi]c]$. Dans ce cas Bel est interprété hyperintensionnellement. Formellement:

$$\begin{aligned} V([\theta[Bel\Phi]c]) &= V(\theta[Bel\Phi])(V(c)) \\ &= (V(Bel)(S(\Phi)))(V(c)). \end{aligned}$$

---

[14] Il est clair qu'il n'y a pas de différence entre S([AB]) et S(θ[AB]), bien qu'il en existe (possiblement) une entre V([AB]) et V(θ[AB]).

Soit Φ' un énoncé qui apparitent à Es et tel que $V(\Phi') = V(\Phi)$ mais $S(\Phi') \neq S(\Phi)$. Donc, bien que $V([[Bel\Phi']c]) = V([[Bel\Phi]c])$, il est possible que $V([\theta[Bel\Phi']c]) \neq V([\theta[Bel\Phi]c])$.

La clause R2′-(iii), disant que pour chaque catégorie dérivée $\langle\alpha,\beta\rangle$, $D_{\langle\alpha,\beta\rangle}$ est l'ensemble des *fonctions partielles* de A_α dans D_β, plutôt que l'ensemble des fonctions totales de A_α dans D_β, se justifie en raison du fameux problème de la *réitération des opérateurs hyperintensionnels.* Nous allons maintenant décrire en détail ce problème, puis résumer brièvement les principales solutions qui ont jusqu'à maintenant été suggérées pour le résoudre (sections C.3 et C.4) et enfin expliquer notre solution (section D).

C.2. Le problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels.

Le problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels est avant tout un problème technique, qui fut indiqué pour la première fois par Cresswell[15]. Supposons que pour chaque catégorie $\langle\alpha,\beta\rangle$, $D_{\langle\alpha,\beta\rangle}$ soit défini comme l'ensemble des fonctions totales de A_α dans

---

[15] *Ibid.*

D_β. Soit $\Phi \in E_s$ et $\Phi' = [\theta[Bel\Phi]c]$. Théoriquement, nous avons:

$$\begin{aligned} V(\theta[Bel\Phi']) &= V(Bel)(S(\Phi')) \\ &= V(Bel)(S([\theta[Bel\Phi]c])) \\ &= V(Bel)(\langle S(\theta[Bel\Phi]), S(c)\rangle) \\ &= V(Bel)(\langle\langle S(Bel), S(\Phi)\rangle, S(c)\rangle). \end{aligned}$$

Or S(Bel) = V(Bel). Cela signifie que V(Bel) doit pouvoir apparaître dans ses propres arguments. En d'autres termes, cela signifie que le domaine de V(Bel), c'est-à-dire A_s (car V(Bel) est une fonction totale de A_s dans $D_{\langle N,s\rangle}$), doit contenir les structures intensionnelles qui contiennent elles-mêmes V(Bel). Or pour des raisons de cardinalité, un tel domaine n'existe pas, du moins selon la théorie standard des ensembles.

On comprend maintenant pourquoi nous avons défini, pour chaque catégorie $\langle\alpha,\beta\rangle$, $D_{\langle\alpha,\beta\rangle}$ comme l'ensemble des fonctions partielles de A_α dans D_β. Car de cette façon la fonction V(Bel) n'a pas besoin d'être définie pour tous les éléments de A_s. C'est-à-dire, il n'est pas nécessaire que tous les éléments de A_s appartiennent au domaine de V(Bel). Donc, en particulier, il n'est pas nécessaire que $S([\theta[Bel\Phi]c])$ appartienne au domaine de V(Bel) et donc que V(Bel) soit définie pour $S([\theta[Bel\Phi]c])$. Il n'y a donc pas de paradoxe.

Cependant, non seulement V(Bel) n'a pas besoin d'être définie pour S([θ[BelΦ]c]), mais elle ne peut pas non plus être définie pour S([θ[BelΦ]c]) dans *aucun modèle*. Donc dans aucun modèle, l'expression θ[Bel[θ[BelΦ]c]] n'a une intension et donc, [θ[Bel[θ[BelΦ]c]]c'] n'exprime aucune proposition. Mais cela est plutôt fâcheux. Les AP ont de toute évidence la propriété d'être réitérables. Ainsi, non seulement nous croyons des choses, mais nous croyons aussi que nous-mêmes croyons, ou que quelqu'un d'autre croit, quelque chose d'autre, et ainsi de suite. Par conséquent, toute sémantique des énoncés d'AP doit absolument être capable d'assigner aux énoncés d'AP qui contiennent des verbes d'AP réitérés des valeurs sémantiques définies. Or le principe de base de l'analyse hyperintensionnelle est justement que les verbes d'AP sont parfois sensibles aux significations des expressions qui composent les énoncés. On pourrait donc conclure que s'il n'existe pas de modèle pour l'analyse hyperintensionnelle des énoncés d'AP qui contiennent des verbes d'AP réitérés, alors c'est que ce principe, du moins pour ce qui concerne les énoncés de ce genre, est faux (étant donné que tout ce qui est vrai a un modèle). Or intuitivement, on ne voit pas pourquoi ce principe serait faux, même pour les énoncés d'AP qui contiennent des verbes d'AP réitérés.

Avant de suggérer notre solution pour résoudre le problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels, voyons brièvement les principales solutions, au nombre de trois, qui ont déjà été suggérées.

C.3. La première solution: le langage LCθ´.

En premier lieu, nous avons la solution de Max Cresswell, qui n´est pas dénuée d´élégance[16]. Cette solution requiert seulement une petite modification au langage LCθ. Cette modification donne lieu au langage que nous appelons LCθ´.

LCθ´ s´obtient à partir de LCθ simplement en remplaçant la clause R5-(iii) par la clause:

R5-(iii)´. Si $A \in E_{\langle\alpha,\beta\rangle}$ et $B \in E_{\alpha}$, alors

$S(\theta[AB]) = V(\theta[AB])$.

La clause R5-(iii)´ stipule que la structure intensionnelle de toute expression θ[AB] est son *intension*[17]. Soit Φ n´importe quel énoncé dans E_s qui ne contient pas Bel et Φ´ = [θ[BelΦ]c]. Nous avons:

---

[16] *Ibid.* Une autre version plus élaborée est exposée par Cresswell dans Max Cresswell, 1985, chapitre 10, pp.85-92. Nous négligeons volontairement d´en parler puisqu´elle ne diffère pas fondamentalement de la solution que nous allons présenter à l´instant.

[17] Il s´ensuit évidemment qu´il existe maintenant une différence entre S(θ[AB]) et S([AB]).

$$V(\theta[\mathrm{Bel}\Phi']) = V(\mathrm{Bel})(S(\Phi'))$$
$$= V(\mathrm{Bel})(S([\theta[\mathrm{Bel}\Phi]c]))$$
$$= V(\mathrm{Bel})(\langle S(\theta[\mathrm{Bel}\Phi]), S(c)\rangle)$$
$$= V(\mathrm{Bel})(\langle V(\theta[\mathrm{Bel}\Phi]), V(c)\rangle).$$

Le passage de la troisième ligne à la dernière est dicté par la clause R5-(iii)′. Or puisque Φ ne contient pas Bel, V(Bel) peut sans problème être définie pour $S(\Phi)$, donc $V(\theta[\mathrm{Bel}\Phi]))$ peut avoir une valeur dans $D\langle N,S\rangle$ et par conséquent V(Bel) peut également être définie pour $\langle V(\theta[\mathrm{Bel}\Phi]), V(c)\rangle$. Evidemment, si $\Phi' = [[\mathrm{Bel}\Phi]c]$, alors le problème initial se pose de nouveau. En effet, dans ce cas nous avons:

$$V(\theta[\mathrm{Bel}\Phi']) = V(\mathrm{Bel})(S(\Phi'))$$
$$= V(\mathrm{Bel})(S([[\mathrm{Bel}\Phi]c]))$$
$$= V(\mathrm{Bel})(\langle S(\theta[\mathrm{Bel}\Phi]), S(c)\rangle)$$
$$= V(\mathrm{Bel})(\langle\langle S(\mathrm{Bel}), S(\Phi)\rangle, S(c)\rangle)$$
$$= V(\mathrm{Bel})(\langle\langle V(\mathrm{Bel}), S(\Phi)\rangle, V(c)\rangle).$$

Le passage de la troisième ligne à la quatrième ligne est dicté par la clause R5-(ii). Donc, dans LCθ′, tout énoncé de la forme $[\theta[\mathrm{Bel}[\theta[\mathrm{Bel}\Phi]c]]c']$ peut exprimer une proposition, mais tout comme dans LCθ, aucun énoncé de la forme $[\theta[\mathrm{Bel}[[\mathrm{Bel}\Phi]c]]c']$ en exprime une. Néanmoins, ce qu'il est important de réaliser, c'est que non seulement LCθ′ permet de formaliser des énoncés dans lesquels des opérateurs hyperintensionnels sont réitérés, mais sa sémantique permet aussi d´assigner à ces énoncés des propositions.

Outre sa simplicité, la solution de Cresswell est formellement adéquate. En outre, notons que la clause R5-(iii)´ n´implique pas que si Φ et Φ' sont deux énoncés logiquement équivalents, alors $\theta[Bel[\theta[Bel\Phi]c]]$ a la même intension que $\theta[Bel[\theta[Bel\Phi']c]]$. En effet, même si Φ est logiquement équivalent à Φ', $[\theta[Bel\Phi]c]$ peut être vrai à un monde i tandis que $[\theta[Bel\Phi']c]$ peut être faux à i. Si cela est le cas, alors $[\theta[Bel\Phi]c]$ n´exprime pas la même proposition que $[\theta[Bel\Phi']c]$. Donc il est possible que $\theta[Bel[\theta[Bel\Phi]c]]$ n´ait pas la même intension que $\theta[Bel[\theta[Bel\Phi']c]]$.

Mais il y a toutefois une ombre au tableau. La solution de Cresswell n´exclut pas la possibilité que pour un certain opérateur hyperintensionnel Ω et deux énoncés Φ et Φ' logiquement équivalents ayant des structures intensionnelles différentes, $\theta[\Omega\Phi]$ ait la même intension que $\theta[\Omega\Phi']$. Cette possibilité n´est pas gênante, en soi; au contraire il faut la permettre. Mais existe-t-il un opérateur hyperintensionnel susceptible de conduire, intuitivement, à de tels résultats? Cela n´est pas évident. Mais bien que cela soit controversé, on peut considérer que la modalité «il est prouvable que» correspond à un opérateur hyperintensionnel de ce genre. Symbolisons cette modalité, de la catégorie <S,S>, par $\vdash$. Il est raisonnable (mais là encore, cette supposition est discutable) de supposer que pour deux énoncés Φ et Φ' quelconques, $\theta[\vdash\Phi]$ exprime la même proposition que $\theta[\vdash\Phi']$ si $\theta[\vdash\Phi]$ a la même valeur de vérité que $\theta[\vdash\Phi']$ à un monde i quelconque (c'est-à-dire, on affirme que ce qui est prouvable est nécessairement prouvable et que ce qui n'est pas prouvable est impossible à prouver). Or la solution de Cresswell implique, entre autres choses, que $\theta[\mathrm{Bel}\theta[\vdash\Phi]]$ a la même intension que $\theta[\mathrm{Bel}\theta[\vdash\Phi']]$. En d'autres termes, la solution de Cresswell implique qu'il est *impossible* de croire qu'il est prouvable que Φ sans croire qu'il est prouvable que Φ', si Φ et Φ' sont prouvables.

Comme nous l'avons souligné plus haut, le principe de base de l'analyse hyperintensionnelle est que les verbes d'AP sont parfois sensibles aux significations des constituants des énoncés et non seulement aux propositions exprimées par les énoncés. Or la solution de Cresswell a pour effet d'annuler ce principe dès qu'il y a réitération de verbes d'AP. Cela peut donc conduire à des résultats indésirables, comme ceux que nous venons d'indiquer.

C.4. Les deux autres solutions.

La deuxième solution que nous pouvons également envisager pour résoudre notre problème s'inspire directement de la théorie cumulative des types. Cette solution a été suggérée par John Bigelow[18], mais sans développement formel très poussé. L'intérêt de cette solution réside dans le fait qu'elle permet d'assigner des structures intensionnelles complexes à *tous* les énoncés complexes. L'idée est la suivante: au lieu d'avoir un seul opérateur hyperintensionnel Ω pour chaque verbe d'AP, on introduit dans notre langage une hiérarchie infinie Ω_0, Ω_1, Ω_2, ... d'opérateurs pour chacun de ces verbes. On définit alors l'intension de Ω_0 comme une fonction f_0 dont le domaine est l'union de l'ensemble des propositions et de l'ensemble des structures intensionnelles d'énoncés qui ne contiennent pas d'opérateur hyperintensionnel de niveau $n \geq 0$. Ensuite, par induction sur $n \geq 0$, on définit l'intension de Ω_{n+1} comme une fonction f_{n+1} dont le domaine est l'union du domaine de f_n et de l'ensemble des structures intensionnelles d'énoncés qui contiennent des intensions d'opérateur hyperintensionnel de niveau $m \leq n$. Pour tout couple de fonctions f_m et f_n où $m \leq n$, le domaine de f_m est donc inclus dans celui de f_n et notre définition stipule également que pour tout x appartenant

[18] John Bigelow, 1978a.

au domaine de fm, $fm(x) = fn(x)$. De cette façon on peut sans restriction exprimer dans notre langage des réitérations d'AP, dans la mesure où pour toute réitération de degré n d'AP, cette réitération est exprimée par un énoncé dans lequel l'opérateur le plus extérieur est au moins de degré n, le deuxième étant de degré n - 1, le troisième de degré n - 2, etc., jusqu'au degré 0.

Cette deuxième solution est dans un sens nettement plus avantageuse que la précédente. En effet non seulement elle résout le problème initial, mais elle corrige en plus la lacune que comportait la solution de Cresswell. Mais d'un autre côté, cette solution comporte de nombreux désavantages. D'abord, elle entraîne d'énormes complications au niveau des règles syntaxiques et sémantiques. Deuxièmement, elle apparaît artificielle, voire même théoriquement inadéquate par rapport à la façon dont les langues naturelles fonctionnent, puisque dans ces dernières chaque AP est exprimable au moyen d'une seule expression qui peut être réitérée autant de fois que cela est nécessaire dans un même énoncé. Troisièmement, cette solution exclut que le langage puisse être représenté d'une façon finie. Enfin, comme l'a fait remarqué Cresswell[18], on voit mal comment

---

[18] Max Cresswell, 1985, chapitre 5, p.92.

cette solution peut être appliquée à l'analyse de la quantification à l'intérieur de certains contextes d'AP. Considérons par exemple ces deux énoncés:

> Certaines des choses que Roger croit sont fantastiques.
>
> Roger croit que toutes ses croyances sont vraies.

Pour le premier, on ne sait pas jusqu'à quel niveau il faut aller dans la hiérarchie. Pour le second, nous sommes amenés à monter indéfiniment dans la hiérarchie.

La dernière solution qui a déjà été suggérée, que l'on doit exclusivement à Bigelow[20], permet aussi d'assigner des structures intensionnelles complexes à tous les énoncés complexes, sans toutefois avoir besoin d'introduire des hiérarchies infinies d'opérateurs hyperintensionnels. Sans entrer dans les détails, cette solution consiste: (i) à remplacer les structures intensionnelles par des structures qui les *représentent*, et (ii) à définir les intensions des opérateurs hyperintensionnels (non ce qui les représente) comme des fonctions prenant pour arguments les structures qui représentent les structures intensionnelles. Ainsi, bien que ces dernières ne peuvent pas faire elles-mêmes parties

---

[20] John Bigelow, 1978b.

de structures structures intensionnelles, elles peuvent y être représentées. Par conséquent ce ne sont pas ces fonctions qui sont susceptibles d'apparaître dans leurs propres arguments, mais plutôt ce qui les représentent. Considérée d'une façon plus détaillée, cette troisième solution paraît fonctionner. En outre, au prix de certaines complications, elle permet de régler le problème de la quantification à l'intérieur des contextes d'AP. Mais, là encore, il en résulte un système très compliqué, tant du point de vue de la syntaxe que du point de vue de la sémantique. Enfin, comme le reconnaît Bigelow à la fin de son article, il n'est pas du tout certain que son système soit cohérent.

D. Proposition pour un traitement du problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels.

Quelle serait la solution idéale au problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels? De toute évidence, l'idéal serait que chaque intension de chaque expression de n'importe quelle catégorie $\langle\alpha,\beta\rangle$ puisse apparaître dans ses propres arguments et soit définie pour tous ses arguments. Il en résulterait une syntaxe simple et très naturelle, interprétée d'une façon aussi simple et naturelle. D'une certaine manière, c'est la solution que nous proposons et que nous développerons formellement dans le chapitre 5. Mais il ne faut pas s´imaginer que cette solution n´a pas de prix. Elle implique aussi de fâcheuses complications et requiert un cadre formel très restrictif. Les complications se présentent dans la construction des domaines sémantiques. Il y a des restrictions qui s´imposent au niveau du choix des domaines sémantiques de base, qui doivent posséder une structure particulière, et au niveau du genre de fonctions permises. Mais nonobstant ces aspects désagréables, notre solution possède un intérêt théorique non négligeable. En voici un aperçu.

Nous allons résoudre le problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnelles au moyen des techniques mathématiques qui ont été mises au point par Dana Scott[21] au début des années soixante-dix et qui lui ont permis de construire le premier modèle pour le lambda calcul sans type. Scott a montré qu´à la condition de choisir des domaines sémantiques munis d´une topologie appropriée, et de limiter les espaces de fonctions aux *fonctions continues*, il est effectivement possible de construire des domaines E dits «réflexifs», satisfaisant des équations comme celle-ci:

$$E = [E \rightarrow E],$$

---

[21] Dana Scott, 1971a et 1971b.

où [E -> E] est l´ensemble des fonctions continues de E dans E. L´idée ici est que E et son espace de fonctions [E -> E] sont *isomorphes*, si bien que nous pouvons considérer ces deux domaines comme identiques. En effet, supposons qu´il existe un isomorphisme $g:[E \to E] \to E$. Donc pour toute fonction $f \in [E \to E]$, on peut évaluer $f(f)$ en évaluant $f(g(f))$.

Originellement, Scott a défini sa topologie sur des *treillis complets.* Cependant, comme l´a montré H.P. Barendregt[22], la définition de cette topologie se généralise immédiatement aux ensembles *complets partiellement ordonnés*, qui sont plus abondants. Nous allons définir les notions d´ensemble complet partiellement ordonné et de fonction continue, dans le prochain chapitre. Pour l´instant, il n´est pas nécessaire de nous attarder sur ces notions.

L´idée d´appliquer la notion de domaine réflexif (ou de domaine *de Scott*) à la sémantique formelle pour les langues naturelles est récente et demeure très peu exploitée. Les premiers travaux visant à intégrer cette notion dans la logique intensionnelle furent réalisés par Raymond Turner[23], et ce pour le problème de la

---

[22] H.P. Barendregt, 1981, chapitre.1, section 1.2, pp.9-21.

[23] Raymond Turner, 1983 et 1985.

nominalisation[24]. Max Cresswell[25] a suggéré d'utiliser les mêmes techniques en sémantique hyperintensionnelle pour tenter de résoudre le problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels. Notre solution est une réalisation de cette dernière suggestion.

Que notre cadre linguistique formel de départ soit LC ou LI, notre solution consiste essentiellement à formuler un système d'équations, puis de résoudre ce système d'équations en définissant les isomorphismes appropriés entre les domaines définis par ces équations. Ici on rencontre la première difficulté, car on se doute bien que pour notre problème, le système d'équations à résoudre est beaucoup plus complexe qu'une simple équation telle $E = [E \rightarrow E]$. Par conséquent, on se doute bien aussi que la définition des isomorphismes nécessite un travail plus important.

Si notre cadre linguistique formel de départ est LC, alors le système d'équations à résoudre est celui-ci (pour chaque $\sigma \in C$, $D\sigma$ est le domaine des intensions possibles

---

[24] C'est-à-dire pour interpréter des énoncés comme: «Le livre de Mao est rouge et *le rouge* est une couleur». La théorie des types permet évidemment d'analyser ce genre d'énoncés. Mais d'une certaine façon, la méthode des types n'est qu'une manière détournée de traiter le problème de la nominalisation.

[25] Max Cresswell, *op. cit.*, p.177.

et $A\sigma$ est le domaine des structures intensionnelles possibles pour les expressions de la catégorie σ):

$$(3.13)\ D\sigma = \begin{cases} [I \to U] \text{ si } \sigma = N \\ [I \to Bool] \text{ si } \sigma = S \\ [A\alpha \to D\beta] \text{ si } \sigma = \langle\alpha,\beta\rangle \end{cases}$$

(3.14) $A\sigma$ = la somme séparée de tous les $X \in \Gamma\sigma$ où $\Gamma\sigma$ est le plus petit ensemble de domaines récursivement défini comme suit:

(i) $D\sigma \in \Gamma\sigma$;

(ii) si $Y \in \Gamma\langle\alpha,\sigma\rangle$ et $Z \in \Gamma\alpha$, alors $Y \times Z \in \Gamma\sigma$.

Dans [I -> Bool], Bool tient lieu de l'ensemble {0, 1}, mais ne lui est pas identique. Nous définirons précisément cet ensemble dans le prochain chapitre. La notion de somme séparée, qui apparaît dans le second terme de l'équation (3.14), sera également définie précisément dans le prochain chapitre. Pour l'instant, on peut considérer la somme séparée comme une réunion disjointe. De ce point de vue, l'équation (3.14) peut sembler inutilement compliquée, mais pour des raisons techniques qui se révéleront claires dans le prochain chapitre, c'est la plus élégante que l'on puisse trouver. Ce qui est important de savoir, c'est que pour chaque $\sigma \in C$, $\Gamma\sigma$ est un partage de $A\sigma$ et donc la réunion de tous les éléments de Γ_σ est précisément A_σ[26].

Supposons que tous les domaines définis par le système formé par les équations (3.13) et (3.14) existent. On constate que d'une façon générale, quelle que soit la catégorie $<\alpha,\beta>$, toutes les fonctions dans $D_{<\alpha,\beta>}$ peuvent apparaître dans leurs propres arguments, aussi complexes soient-ils. Soit par exemple $f \in D_{<s,<N,s>>}$, $x \in D_s$ et $y \in D_N$. Donc $<<f, x>, y> \in A_s$ et $f \in [A_s \to [A_N \to D_s]]$. Par conséquent, il est possible d'évaluer $f(<<f, x>, y>) \in [A_N \to D_s]$.

Tous les domaines définis par le système formé par les équations (3.13) et (3.14) existent! Nous pouvons en effet construire, pour chaque $\sigma \in C$, deux domaines D_σ et A_σ qui satisfont exactement les conditions de réflexivité spécifiées par ces équations. Plus précisément, soit, pour chaque $\sigma \in C$, $D_{\sigma'}$ et $A_{\sigma'}$ les seconds termes de (3.13) et (3.14) respectivement. Nous pouvons construire des domaines D_σ et A_σ tels que D_σ est isomorphe à $D_{\sigma'}$ et A_σ est isomorphes à $A_{\sigma'}$, et définir les applications fonctionnelles par l'entremise des isomorphismes $f:D_\sigma \to D_{\sigma'}$, $g:D_{\sigma'} \to D_\sigma$, $f':A_\sigma \to A_{\sigma'}$ et $g':A_{\sigma'} \to A_\sigma$.

---

26 Par un partage d'un ensemble A, on entend une «partition» (terme anglais) de A, c'est-à-dire une famille de sous-ensembles non vides et disjoints de A dont la réunion est A. Par exemple, {{1}, {2, 3}} est un partage de {1, 2, 3}.

Toutefois, comme c´est le cas pour tout domaine réflexif, la construction de ses domaines est plutôt longue et compliquée. Néanmoins, une fois que cette construction est faite, le résultat est intéressant puisque les règles syntaxiques et sémantiques sont identiques à celles de LCθ.

LCθ a un pouvoir expressif plutôt pauvre, car il ne contient pas de variables, ni de quantificateurs. Nous pourrions évidemment enrichir LCθ en y ajoutant des variables et l´opérateur lambda, mais nous préférons appliquer notre solution dans le cadre de LI. C´est-à-dire, nous préférons intégrer dans LI l´analyse hyperintensionnelle des énoncés d´AP et appliquer notre solution dans le cadre de LI ainsi enrichi. Cela implique évidemment un retour à la méthode$_1$ pour définir les intensions et par conséquent les structures intensionnelles. Cela implique aussi un changement important dans la définition des types.

Nous appellerons LH (pour Logique Hyperintensionnnelle) le cadre LI enrichi de l´analyse hyperintensionnelle. Nous décrirons et commenterons dans les détails le système LH et ses caractéristiques dans la section A du chapitre 5. Mais voici, dans les grandes lignes, les principales nouvelles caractéristiques de LH par rapport aux caractéristiques anciennes de LI.

D'abord, pour chaque type α, le type $\langle s,\alpha\rangle$ (celui des intensions des expressions de type α) est remplacé par un nouveau type: $*\alpha$. Ce type est celui des *structures intensionnelles* des expressions de type α. Nous retrouvons dans LH l'opérateur θ. Cet opérateur est cependant utilisé selon le même principe que l'opérateur ^, qui est conservé d'ailleurs. Pour tout terme $A\alpha$, $\theta A\alpha$ est de type $*\alpha$ et dénote, à chaque monde $i \in I$, la structure intensionnelle de $A\alpha$. Le domaine $D*\alpha$ des structures intensionnelles des expressions de type α inclut le domaine des *intensions* des expressions de type α. Donc, pour tout terme $A\alpha$, $^\wedge A\alpha$ est aussi de type $*\alpha$, mais il dénote, à chaque monde $i \in I$, l'intension de $A\alpha$. Cette intension est définie classiquement comme une fonction de I dans les entités de type α. Comme d'habitude, l'opérateur $^\vee$ est l'inverse de l'opérateur ^. Mais cet opérateur est aussi l'inverse de θ. C'est-à-dire, pour tout terme $A\alpha$, $^\vee\theta A\alpha$ a toujours la même extension que $A\alpha$.

On comprendra que dans LH, les verbes d'AP sont analysés comme des termes de type $\langle *t,\langle e,t\rangle\rangle$. Mais, étant donné qu'il n'y a plus de type $\langle s,t\rangle$, les prédicats Nec et Pos de la nécessité et de la possibilité sont analysés comme des termes de type $\langle *t,t\rangle$. Nous expliquerons dans le chapitre 5 comment, grâce à la notion d'*intension induite*, cette analyse des modalités aléthiques permet de rendre compte des raisonnements comme (2.2). L'analyse de ce raisonnement nous indique en effet que les porteurs de la nécessité et les objets des AP doivent être du même type sémantique.

Tout énoncé de croyance, de la forme $\ulcorner$x croit que $\Phi\urcorner$, peut recevoir au moins deux interprétations distinctes dans LH. Interprétée classiquement, la symbolisation est $[[Bel\hat{}\Phi]x]$, où pour n'importe quel $i \in I$, $\hat{}\Phi$ dénote à i la proposition que Φ exprime. Interprété hyperintensionnellement, la symbolisation est $[[Bel\theta\Phi]x]$, où pour n'importe quel $i \in I$, $\theta\Phi$ dénote à i la structure intensionnelle de Φ. La dénotation de $[Bel\theta\Phi]$ relativement à une assignation *a* de valeurs aux variables et à un monde $i \in I$, notée $V_{a,i}([Bel\theta\Phi])$, est définie d'une façon standard comme $V_{a,i}(Bel)(V_{a,i}(\theta\Phi))$.

Une autre caractéristique de LH est que les constantes logiques, de même que le signe de l'identité, sont introduits catégorématiquement. En effet, nous voulons que les valeurs sémantiques des constantes logiques et du symbole de l'identité puissent être des composants des structures intensionnelles; une façon d'obtenir cela consiste à introduire les constantes logiques et le signe de l'identité comme des termes désignés dont les valeurs sémantiques, spécifiées par des postulats de signification, sont invariables dans tous les modèles.

Voici maintenant le système d´équations que nous allons devoir résoudre (pour chaque type α, D_α est l´ensemble des *dénotations possibles* des expressions de type α):

(3.15):

(i) $D_e = U$;

(ii) $D_t = Bool$;

(iii) $D_{\alpha\beta} = [D_\alpha \rightarrow D_\beta]$;

(iv) $D_{*\alpha}$ = la somme séparée de tous les $X \in \Gamma_\alpha$, où Γ_α est le plus petit ensemble de domaines récursivement défini suit:

(iv.a) $[I \rightarrow D_\alpha] \in \Gamma_\alpha$;

(iv.b) si $Y \in \Gamma_{\beta\alpha}$ et $Z \in \Gamma_\beta$ alors $Y \times Z \in \Gamma_\alpha$.

Supposons que pour chaque type α, D_α existe. On constate que d´une façon générale, quel que soit le type $<*\alpha,\beta>$, toutes les fonctions dans $[I \rightarrow D_{<*\alpha,\beta>}]$ peuvent apparaître dans les arguments de toutes les fonctions dans $D_{<*\alpha,\beta>}$. Soit par exemple:

$$Y = [I \rightarrow D_{<*t,<e,t>>}] \times [I \rightarrow D_{*t}].$$

Donc $Y \in \Gamma_{<e,t>}$. Donc $Y \times [I \rightarrow D_e] \in \Gamma_t$. Donc $Y \times [I \rightarrow D_e] \subseteq D_{*t}$. Soit $<<f, x>, y> \in Y \times [I \rightarrow D_e]$ et z un élément de $[I \rightarrow D_{*t}]$ tel que pour un $j \in I$, $z(j) = \langle\langle f, x\rangle, y\rangle$. Or puisque pour tout $i \in I$, $f(i) \in D_{\langle *t,\langle e,t\rangle\rangle}$, nous pouvons évaluer:

$$f(j)(z(j)) = f(j)(\langle\langle f, x\rangle, y\rangle)$$
$$\in D_{\langle e,t\rangle}.$$

Dans le prochain chapitre, nous introduirons formellement les notions impliquées dans le système d'équations (3.15) ainsi que tous les autres concepts et théorèmes dont nous aurons besoin pour construire nos domaines sémantiques. Nous présenterons et expliquerons aussi toutes les étapes menant à la construction d'un domaine réflexif E satisfaisant l'équation simple: $E = [E \rightarrow E]$. Il est extrêmement important de bien comprendre les techniques utilisées dans la construction d'un tel domaine pour bien comprendre la démarche que nous allons suivre, dans la section D du chapitre 5, pour résoudre le système d'équations (3.15).

CHAPITRE IV

DOMAINES DE SCOTT

Ce chapitre est divisé en deux sections. Dans la première section, nous présentons les principales notions et propositions dont nous aurons besoin pour construire les domaines sémantiques de LH. Dans la seconde section, nous décrivons et commentons dans le détail la construction, selon la méthode de la limite inverse mise au point par Dana Scott, d´un domaine E isomorphe à son espace de fonctions [E -> E].

A. Notions et propositions de base.

Toutes les définitions et les propositions que nous allons présenter sont classiques, sauf les propositions 4.23 et 4.24.

4.1. Définition. (infimum et supremum)

Soit $E = (E, \sqsubseteq)$ un ensemble partiellement ordonné ($\sqsubseteq$ est une relation réflexive, transitive et antisymétrique sur E) et $X \subseteq E$. Tout élément $y \in E$ est un *minorant* (resp. un *majorant*) de X si et seulement si pour tout $x \in X$, $y \sqsubseteq x$ (resp. $x \sqsubseteq y$). Soit Xmn l'ensemble des minorants de X et Xmj l'ensemble des majorants de X. S'il existe un $y \in$ Xmn tel que pour tout $z \in$ Xmn, $z \sqsubseteq y$, alors y est l'*infimum* de X et s'il existe un $y \in$ Xmj tel que pour tout $z \in$ Xmj, $y \sqsubseteq z$, alors y est le *supremum* de X.

4.2. Notation.

Dorénavant nous désignerons l'infimum et le supremum d'un ensemble partiellement ordonné E par «$\sqcap E$» et «$\sqcup E$» respectivement. Si x et y sont n'importe quels éléments de E alors nous écrirons «Inf(x, y)» et «Sup(x, y)» pour désigner $\sqcap\{x, y\}$ et $\sqcup\{x, y\}$ respectivement. Jusqu'à la définition 4.8 inclusivement, nous considérerons que E est n'importe quel ensemble partiellement ordonné.

4.3. Définition.

Si X est un ensemble non-vide et fini de k+1 éléments x_0, x_1, x_2, ..., x_k de E, nous définissons:

$$\bigsqcup_{n=0}^{k} x_n = \mathrm{Sup}(\ldots\ \mathrm{Sup}(\mathrm{Sup}(x_0,\ x_1),\ x_2)\ \ \ldots),\ x_k).$$

On vérifie par induction sur k que si tous les supremums des paires d'éléments existent et que $\bigsqcup_{n=0}^{k} x_n = z$, alors $\sqcup\{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_k\}$ existe et est identique à z. Cela nous permet de généraliser notre définition pour les ensembles infinis dénombrables d'éléments. Si X est un ensemble infini et dénombrable d'éléments x_0, x_1, x_2, ..., nous définissons: $\bigsqcup_{n=0}^{\infty} x_n = \lim_{k\to\infty} \bigsqcup_{n=0}^{k} x_n = \sqcup X$.

4.4. Définition. (treillis)

E est un *inf-semi-treillis* si et seulement si pour tout sous-ensemble fini et non-vide X de E, $\sqcap X$ existe. E est un *treillis* si et seulement si pour tout sous-ensemble fini et non-vide X de E, $\sqcap X$ et $\sqcup X$ existent. E est un *treillis complet* si et seulement si pour *tout* sous-ensemble X de E, $\sqcap X$ et $\sqcup X$ existent.

4.5. Notation.

Désormais, si $\sqcap E$ existe, nous appelerons celui-ci *l'élément fondamental* de E (ou son *plus petit élément*) et nous le dénoterons par «$\perp$». Quelques fois, pour bien identifier $\perp \in E$, nous désignerons celui-ci par «$\perp_E$».

4.6. Définition. (ensemble dirigé)

Un sous-ensemble X de E est *dirigé* si et seulement si $X \neq \emptyset$ et chaque sous-ensemble fini et non-vide de X a un majorant dans X. Pour tout $X \subseteq E$ dirigé, X est *intéressant* («interesting») si et seulement si $\sqcup X \notin X$. $x \in E$ est un *point limite* dans E si $x = \sqcup X$ pour un $X \subseteq E$ dirigé et intéressant.

4.7. Proposition.

Aucun ensemble dirigé fini n'est intéressant.

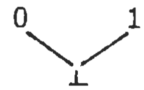
Preuve. Tout ensemble ordonné fini contient son supremum, si celui-ci existe.□

4.8. Définition. (complet partiellement ordonné)

E est un ensemble *complet partiellement ordonné* («complete partial order»), en abréviation, un *cpo*, si et seulement si E a un plus petit élément, $\perp_E$, et pour tout $X \subseteq E$ dirigé, $\sqcup X$ existe dans E.

Exemples: (1) Soit D n'importe quel ensemble et P(D) son ensemble puissance; P(D) ordonné par la relation d'inclusion est un cpo (et même un treillis complet) dont le fond est $\emptyset$; (2) soit *Bool* l'ensemble $\{0, 1, \perp\}$ ordonné par la relation suivante: $x \sqsubseteq y$ si et seulement si $x = \perp$ ou $x = y$; Bool, représenté ci-dessous, est un cpo.

Le cpo Bool:



On constate que Bool est un cpo qui est un inf-semi-treillis (plat), dans lequel les éléments 0 et 1 sont incomparables. Les sous-ensembles dirigés de Bool sont: $\{\perp\}$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{\perp, 0\}$ et $\{\perp, 1\}$. Intuitivement, Bool peut être considéré comme le domaine des *approximations* des valeurs de vérité, où 0 est la valeur *faux*, 1 est la valeur *vrai* et $\perp$ est l'indétermination d'une valeur de vérité. Ainsi pour $x, y \in$ Bool, la relation $x \sqsubseteq y$ est peut être interprétée comme «x approxime y» ou «y est au moins aussi défini que x».

Désormais, nous considérerons que E, E', E'', ... etc., et E_0, E_1, E_2, ..., E_n etc., sont des cpo.

4.9. Proposition.

Soit le produit cartésien $E \times E'$ ordonné comme suit:

$\langle x, x' \rangle \sqsubseteq \langle y, y' \rangle$ si et seulement si $x \sqsubseteq y$ et $x' \sqsubseteq y'$.

$E \times E'$ est un cpo tel que pour tout $X \subseteq E \times E'$ dirigé, $\sqcup X = \langle \sqcup X_0, \sqcup X_1 \rangle$, où:

$X_0 = \{x \in E \mid$ il y a un $x' \in E'$ tel que $\langle x, x' \rangle \in X\}$

et

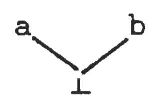
$X_1 = \{x' \in E' \mid$ il y a un $x \in E$ tel que $\langle x, x' \rangle \in X\}$.

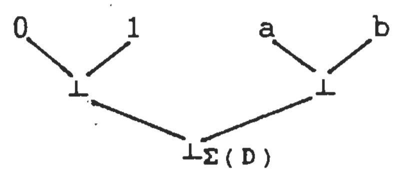
Preuve. L'élément fondamental de $E \times E'$ est $\langle \perp_E, \perp_{E'} \rangle$. En outre, on constate que si $X \subseteq E \times E'$ est dirigé, alors X_0 et X_1 le sont aussi.□

Il est possible de réunir deux ou plusieurs cpo dans une somme de telle sorte que cette somme soit un cpo.

4.10. Définition. (somme séparée)

Soit D un ensemble au plus dénombrable de cpo. La *somme séparée* («separated sum») des $E \in D$, notée $\Sigma(D)$, est la réunion disjointe des $E \in D$ à laquelle on ajoute un nouvel élément fondamental: $\perp_{\Sigma(D)}$. $\Sigma(D)$ est ordonné de la façon suivante: pour tout $x, y \in \Sigma(D)$, $x \sqsubseteq y$ si et seulement si $x = \perp_{\Sigma(D)}$ ou $x, y \in E$ pour un $E \in D$ et $x \sqsubseteq y$ dans E. On constate facilement que sous cette relation, $\Sigma(D)$ est un cpo.

Exemple. Soit A est le cpo que voici: 

et D = {Bool, A}. $\Sigma(D)$ est: 

4.11. Définition. (fonction monotone)

$f : E \rightarrow E'$ est une fonction *monotone* si et seulement si pour tous les $x, y \in E$, si $x \sqsubseteq y$ alors $f(x) \sqsubseteq f(y)$.

4.12. Proposition.

$f : E \rightarrow E'$ est monotone si et seulement si $f(\bigsqcup X) = \bigsqcup\{f(x) \mid x \in X\}$ pour tout $X \subseteq E$ dirigé et *non-intéressant*.

Preuve. (=>) Soit n'importe quel $X \subseteq E$ dirigé et non-intéressant et $f : E \rightarrow E'$ monotone. Puisque pour tout $x \in X$, $x \sqsubseteq \bigsqcup X$, il s'ensuit que $f(x) \sqsubseteq f(\bigsqcup X)$. Or $\bigsqcup X \in X$. Donc $f(\bigsqcup X)$ est précisément le supremum de $\{f(x) \mid x \in X\}$. (<=) Soit n'importe quels $x, y \in E$ tels que $x \sqsubseteq y$ et $Sup(x, y) = y$. Donc $\{x, y\}$ est dirigé (et non-intéressant). Or puisque $f(Sup(x, y)) = Sup(f(x), f(y)) = f(y)$, il s'ensuit que $f(x) \sqsubseteq f(y)$. Donc f est monotone.□

4.13. Définition. (fonction continue)

$f : E \rightarrow E'$ est *continue* si et seulement si:

$f(\bigsqcup X) = \bigsqcup\{f(x) \mid x \in X\}$ pour *tout* $X \subseteq E$ dirigé.

4.14. Proposition.

(i) Toute fonction continue est monotone.

(ii) Toute fonction monotone entre cpo finis est continue.

Preuve. (i) Par la proposition 4.12 et la définition 4.13. (ii) Par les propositions 4.7 et 4.12, la définition 4.13 et le fait que tout sous-ensemble d'un cpo fini est fini.□

La converse de (i) n'est pas vraie, car la monotonie dans un domaine infini ne préserve pas nécessairement les limites. Ainsi une fonction monotone $f:E \rightarrow E'$ peut être telle que pour un $X \subseteq E$ dirigé mais intéressant, et donc pour le point limite $\sqcup X \in E$,
$f(\sqcup X) \neq \sqcup\{f(x) \mid x \in X\}$.

4.15. Notation.

Etant donné n'importe quels domaines D et D', et n'importe quelle opération M qui lorsque appliquée à un élément $x \in D$ donne un et un seul élément dans D', nous écrirons «$\lambda x \in D.M(x)$» pour dénoter la fonction $f:D \rightarrow D'$ qui assigne à chaque $x \in D$ l'élément $M(x) \in D'$. En particulier, pour n'importe quelle fonction $f:D \rightarrow D'$, $f = \lambda x \in D.f(x)$. En outre, étant donné un domaine D, nous désignerons la fonction d'identité $\lambda x \in D.x$ par «Id_D».

4.16. Définition. (espace de fonctions continues)

Etant donné deux cpo E et E', nous définissons:

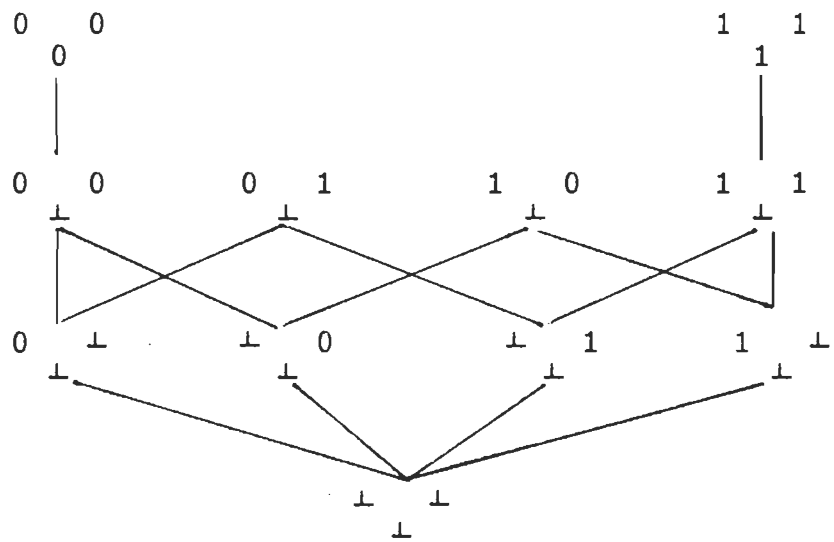
$$[E \rightarrow E'] = \{f:E \rightarrow E' \mid f \text{ est continue}\}.$$

$[E \rightarrow E']$ est ordonné d'une façon standard, c'est-à-dire que pour tous les $f, f' \in [E \rightarrow E']$:

$f \sqsubseteq f'$ si et seulement si pour tout $x \in E$, $f(x) \sqsubseteq f'(x)$.

Sous cette relation, [E -> E′] est un cpo dont l′élément fondamental est la fonction $\lambda x \in E.\perp_{E'}$.

Nous pouvons représenter le cpo [Bool -> Bool] par l′ensemble des domaines des images des fonctions $f \in$ [Bool -> Bool], comme ceci:



4.17 Proposition.

Soit $f \in$ [E -> E′]. Si $X \subseteq E$ est dirigé, alors $\{f(x) \mid x \in X\}$ est un sous-ensemble dirigé de E′.

Preuve. Il est clair que $\{f(x) \mid x \in X\} \neq \emptyset$. En outre, puisque f est monotone, si $z \in X$ est un majorant de x et y dans X, $f(z)$ est un majorant de $f(x)$ et $f(y)$.□

4.18. Proposition.

Pour tout $F \subseteq [E \to E']$ dirigé:

$$(\sqcup F)(x) = \sqcup\{f(x) \mid f \in F\} \text{ pour tout } x \in E.$$

Preuve. Standard[1].□

4.19. Proposition.

Si $f \in [E \to E']$ et $g \in [E' \to E'']$ alors $(g \circ f) \in [E \to E'']$.

Preuve. Soit $X \subseteq E$ dirigé. $(g \circ f)(\sqcup X) = g(f(\sqcup X)) = g(\sqcup\{f(x) \mid x \in X\})$ (car f est continue) $= \sqcup\{g(f(x)) \mid x \in X\}$ (car g est continue) $= \sqcup\{(g \circ f)(x) \mid x \in X\}$.□

4.20. Proposition.

Soit $f: E \times E' \to E''$. La fonction f est continue si et seulement si f est continue pour ses arguments séparément, c'est-à-dire si et seulement si pour tous les $X \subseteq E$ et $X' \subseteq E'$ dirigés, $f(\langle \sqcup X, x' \rangle) = \sqcup\{f(\langle x, x' \rangle \mid x \in X\}$ et $f(\langle x, \sqcup X' \rangle) = \sqcup\{f(\langle x, x' \rangle) \mid x' \in X'\}$ pour tous les $x \in E$ et $x' \in E'$.

Preuve. Standard[2].□

[1] Voir H.P. Barendregt, 1981, chap. 1, p.12.

[2] *Ibid.*, p.12.

4.21. Proposition. (continuité de l'application)

Soit la fonction $Ap:[E \to E'] \times E \to E'$ (fonction *application*) définie par l'équation: $Ap(\langle f, x\rangle) = f(x)$. La fonction Ap est continue.

Preuve. Standard[3].□

4.22. Proposition. (continuité de l'abstraction)

Soit $f \in [E \times E' \to E'']$ et $\hat{}f = \lambda x \in E.\lambda y \in E'.$ $f(\langle x, y\rangle)$. Nous avons:

(i) $\hat{}f \in [E \to [E' \to E'']]$, i.e. $\hat{}f$ est continue.

(ii) $\lambda f.\hat{}f:[E \times E' \to E''] \to [E \to [E' \to E'']]$ est continue.

Preuve. Standard[4].□

4.23. Proposition.

Soit $f \in [E \to [E' \to E'']]$ et $g \in [E \to E']$. La fonction $h:E \to E''$ définie par l'équation:

$$h(x) = f(x)(g(x))$$

est continue.

---

[3] *Ibid.*, p.13.

[4] *Ibid.*, p.14.

Preuve. Soit $X \subseteq E$ dirigé. Donc $h(\sqcup X) = f(\sqcup X)(g(\sqcup X)) = f(\sqcup X)(\sqcup\{g(x) \mid x \in X\})$ (car g est continue) $= \sqcup\{f(\sqcup X)(g(x)) \mid x \in X\}$ (car $f(\sqcup X)$ est continue) $= \sqcup\{\sqcup\{f(x) \mid x \in X\}(g(x)) \mid x \in X\}$ (car f est continue) $= \sqcup\{\sqcup\{(f(x))(g(x)) \mid x \in X\} \mid x \in X\}$ (propositions 4.17 et 4.18) $= \sqcup\{f(x)(g(x)) \mid x \in X\} = \sqcup\{h(x) \mid x \in X\}$. Donc $h \in [E \to E']$.□

4.24. **Proposition**.

Soit $f \in [E \to E'']$ et $g \in [E' \to E''']$. La fonction $h: E \times E' \to E'' \times E'''$ définie par l'équation:

$$h(\langle x, y\rangle) = \langle f(x), g(y)\rangle$$

est continue.

Preuve. Soit $X \subseteq E$ dirigé. Donc, pour n'importe quel $x' \in E'$, $h(\langle\sqcup X, x'\rangle) = \langle f(\sqcup X), g(x')\rangle = \langle\sqcup\{f(x) \mid x \in X\}, g(x')\rangle$ (car f est continue) $= \sqcup\{\langle f(x), g(x')\rangle \mid x \in X\} = \sqcup\{h(\langle x, x'\rangle) \mid x \in X\}$. On vérifie de la même façon que pour n'importe quel $x \in E$, $h(\langle x, \sqcup X'\rangle) = \sqcup\{h(\langle x, x'\rangle) \mid x' \in X'\}$ pour tout $X' \subseteq E'$ dirigé. Donc par la proposition 4.20, $h \in [E \times E' \to E'' \times E''']$.□

La prochaine définition ainsi que la prochaine proposition sont extrêmememt importantes.

4.25. Définition. (projection)

Soit (f, g) une paire ordonnée de fonctions $f:E \to E'$ et $g:E' \to E$; (f, g) est une *projection de E′ sur E* si: (1) f et g sont continues; (2) $(g \circ f) = Id_E$, i.e., $(g \circ f) = \lambda x \in E.\ x$; (3) $(f \circ g) \sqsubseteq Id_{E'}$, i.e., pour tout $x' \in E'$, $f(g(x')) \sqsubseteq x'$.

4.26. **Proposition.**

Soit (f, g) une projection de E′ sur E.

(i) f est injective et g est surjective.

(ii) E est isomorphe au codomaine de f; on peut donc considérer que $E \subseteq E'$.

Preuve. (i) Supposons que pour $x, y \in E$, $f(x) = f(y)$. Donc $g(f(x)) = g(f(y))$. Mais puisque (f, g) est une projection, $g(f(x)) = x$ et $g(f(y)) = y$. Donc $x = y$. Cela signifie que f est injective. En outre, puisque (f, g) est une projection, pour tout $x \in E$, $f(x)$ dans E′ est tel que $g(f(x)) = x$. Cela signifie que g est surjective. (ii) Soit C(f) le codomaine de f et $h:E \to C(f)$ la fonction définie par $h(x) = f(x)$. Par définition h est continue et surjective; elle injective par (i). Donc h est un isomorphisme de E sur C(f), dont l′inverse h^{-1} est évidemment $\lambda x \in C(f).g(x)$.□

Cela termine la présentation des notions et théorèmes de base.

B. CONSTRUCTION D'UN DOMAINE DE SCOTT.

Nous allons maintenant décrire dans le détail la construction d'un domaine E isomorphe à son espace de fonctions [E -> E], selon la méthode dite de la *limite inverse*, mise au point par Dana Scott[5]. Cette méthode sera celle que nous utiliserons pour construire les domaines sémantiques satisfaisant les conditions de réflexivité spécifiées par le système d'équations (3.15).

4.27. Définition.

Soit E n'importe quel cpo (pour fixer les idées, on peut considérer que E = Bool). Sur la base de E, nous définissons inductivement une suite infinie de domaines

$$E_0, E_1, E_2, \ldots, E_n, E_{n+1}, \ldots$$

de la façon suivante:

(i) $E_0 = E$;

(ii) $E_{n+1} = [E_n \to E_n]$.

Il est clair que chaque E_n est un cpo. En outre, tous les domaines E_n sont disjoints. Néanmoins, leur structure commune nous permet de définir une série de fonctions qui

---

[5] Dana Scott, 1971a. D'autres domaines isomorphes à leur espace de fonctions peuvent être construits selon des techniques différentes, tel le modèle $P(\omega)$. Les détails pour la construction de $P(\omega)$ sont bien exposés dans J. Stoy, 1977, chapitre 7 et aussi dans H.P. Barendregt, *op. cit.*, chapitre 18, section 2.

nous permettront de considérer chaque domaine E_n comme étant inclus dans E_{n+1}.

4.28. Définition.

Nous allons définir pour chaque nombre naturel n (pour chaque $n \in \omega$) une projection (f_n, g_n) de E_{n+1} sur E_n. Pour ce faire nous procédons par induction sur $n \geq 0$. La base (f_0, g_0) est facile à définir:

(i) $f_0(x) = \lambda y \in E_0.x$

(ii) $g_0(x') = x'(\perp_{E_0})$.

Sur cette base, nous définissons pour chaque $n \in \omega$:

(iii) $f_{n+1}(x) = f_n \circ x \circ g_n$

(iv) $g_{n+1}(x') = g_n \circ x' \circ f_n$.

4.29. Proposition.

(f_0, g_0) est une projection de E_1 sur E_0.

Preuve. Soit $X \subseteq E_0$ dirigé. Donc $f_0(\sqcup X) = \lambda y \in E_0.\sqcup X = \sqcup\{\lambda y \in E_0.x \mid x \in X\} = \sqcup\{f_0(x) \mid x \in X\}$. Donc f_0 est continue. D'autre part, pour $X' \subseteq E_1$ dirigé, $g_0(\sqcup X') = \sqcup X'(\perp_{E_0}) = \sqcup\{x'(\perp_{E_0}) \mid x' \in X'\}$ (proposition 4.18) $= \sqcup\{g_0(x') \mid x' \in X\}$. Donc g_0 est continue. En outre $g_0(f_0(x)) = g_0(\lambda y \in E_0.x) = (\lambda y \in E_0.x)(\perp_{E_0}) = x$ et $f_0(g_0(x')) = f_0(x'(\perp_{E_0})) = \lambda y \in E_0.(x'(\perp_{E_0})) \sqsubseteq x'$ (puisque x' est monotone).□

4.30. Proposition.

Si pour un $n \in \omega$, (f_n, g_n) est une projection de E_{n+1} sur E_n, alors (f_{n+1}, g_{n+1}) est une projection de E_{n+2} sur E_{n+1}.

Preuve. Supposons que (f_n, g_n) est une projection de E_{n+1} sur E_n. Donc pour $X \subseteq E_{n+1}$ dirigé:

$$\begin{aligned} f_{n+1}(\sqcup X) &= \lambda y \in E_{n+1}.f_n(\sqcup X(g_n(y))) \\ &= \lambda y \in E_{n+1}.f_n(\sqcup\{x(g_n(y)) \mid x \in X\}) \quad \text{proposition 4.18} \\ &= \lambda y \in E_{n+1}.\sqcup\{f_n(x(g_n(y))) \mid x \in X\} \quad \text{car } f_n \text{ est continue} \\ &= \sqcup\{\lambda y \in E_{n+1}.f_n(x(g_n(y))) \mid x \in X\} \\ &= \sqcup\{f_{n+1}(x) \mid x \in X\}. \end{aligned}$$

On vérifie d'une façon similaire que g_{n+1} est continue. En outre:

$$\begin{aligned} g_{n+1}(f_{n+1}(x)) &= g_n \circ f_n \circ x \circ g_n \circ f_n \\ &= Id_{E_n} \circ x \circ Id_{E_n} \\ &= x \end{aligned}$$

et $f_{n+1}(g_{n+1}(x')) = (f_n \circ g_n \circ x' \circ f_n \circ g_n) \sqsubseteq x'$, puisque $(f_n \circ g_n) \sqsubseteq Id_{E_{n+1}}$ et x' est monotone.□

4.31. Proposition.

Pour tout $n \in \omega$, (f_n, g_n) est une projection de E_{n+1} sur E_n.

Preuve. Par les propositions 4.29 et 4.30 et l'hypothèse d'induction.□

Il découle de la proposition 4.31 et de la proposition 4.26-(ii) que chaque E_n est isomorphe au codomaine de f_n. On peut donc considérer que $E_n \subseteq E_{n+1}$. L'objectif de cette construction, on s'en doute bien, se trouve à la limite de la suite des domaines E_n. En effet, en définissant d'une façon appropriée le domaine limite E_∞, on peut montrer que E_∞ est isomorphe non seulement à un sous-ensemble de l'espace de fonctions $[E_\infty \to E_\infty]$ mais à $[E_\infty \to E_\infty]$ lui-même, si bien que nous pouvons considérer que $E_\infty = [E_\infty \to E_\infty]$.

4.32. Définition.

La limite dans la suite des domaines E_n est la *limite inverse* du système (E_n, g_n), laquelle est définie comme suit:

$$E_\infty = \{\langle x_n \rangle_{n=0}^{\infty} \mid x_n \in E_n \text{ et } g_n(x_{n+1}) = x_n\}.$$

Le domaine E_∞ peut être ordonné de la façon suivante: pour $x, y \in E_\infty$ (où $x = \langle x_n \rangle_{n=0}^{\infty}$ et $y = \langle y_n \rangle_{n=0}^{\infty}$) $x \sqsubseteq y$ si et seulement si tout $n \in \omega$, $x_n \sqsubseteq y_n$. Sous cette relation, E_∞ est un cpo dont l'élément fondamental est $\langle \perp_{E_n} \rangle_{n=0}^{\infty}$.

Par définition, dans chaque suite $\langle x_n \rangle_{n=0}^{\infty} \in E_\infty$, chaque fonction $x_{n+1}: E_n \to E_n$ est identique à $g_{n+1}(x_{n+2}): E_n \to E_n$. En considérant que $E_n \subseteq E_{n+1}$, chaque fonction x_{n+1} peut donc être considérée comme la fonction $x_{n+2}: E_{n+1} \to E_{n+1}$ *restreinte* au domaine E_n. En somme, dans chaque suite $\langle x_n \rangle_{i=0}^{\infty} \in E_\infty$, chaque fonction x_{n+1} peut être considérée comme la *meilleure approximation*, au niveau n+1, de son successeur immédiat qu'est la fonction x_{n+2}.

4.33. Définition.

Nous généralisons les définitions des projections entre les domaines E_n et E_∞ de la façon suivante:
Pour tous les $n, m \in \omega$:

(i) $f_{nm}:E_n \to E_m$ est définie par

$$f_{nm}(x) = \begin{cases} (f_{m-1} \circ \ldots \circ f_n)(x) & \text{si } n < m \\ x & \text{si } n = m \\ (g_m \circ \ldots \circ g_{n-1})(x) & \text{si } n > m \end{cases}$$

(ii) $f_{n\infty}:E_n \to E_\infty$ est définie par $f_{n\infty}(x) = \langle f_{nm}(x) \rangle_{i=0}^{\infty}$;

(iii) $f_{\infty n}:E_\infty \to E_n$ est définie par $f_{\infty n}(x) = x_n$.

4.34. Proposition.

Pour chaque m tel que $0 \leq n \leq m \leq \infty$, (f_{nm}, f_{mn}) est une projection de E_m sur E_n. Par conséquent on peut considérer que:

$$E_0 \subseteq E_1 \subseteq \ldots \subseteq E_\infty.$$

Preuve. La proposition est classique, mais il vaut la peine d'en reprendre la preuve. D'abord il découle des propositions 4.19 et 4.31 que pour $m \in \omega$, f_{nm} et f_{mn} sont continues; en outre, il est clair que $(f_{mn} \circ f_{nm}) = Id_{E_n}$ et $(f_{nm} \circ f_{mn}) \sqsubseteq Id_{E_m}$. Ensuite, pour $X \subseteq E_n$ dirigé, $f_{n\infty}(\sqcup X) = \langle f_{nm}(\sqcup X) \rangle_{i=0}^{\infty} = \langle \sqcup\{f_{nm}(x) \mid x \in X\} \rangle_{i=0}^{\infty}$ (car f_{nm} est continue) = $\bigsqcup\{\langle f_{nm}(x)\rangle_{m=0}^{\infty} \mid x \in X\} = \bigsqcup\{f_{n\infty}(x) \mid x \in X\}$. Donc $f_{n\infty}$ est continue. D'autre part, il est clair que pour $X \sqsubseteq E_\infty$ dirigé, $(\bigsqcup X)_n = \bigsqcup\{x_n \mid x \in X\}$. Donc $f_{\infty n}$ est continue. En outre, $f_{\infty n}(f_{n\infty}(x)) = (\langle f_{nm}(x)\rangle_{m=0}^{\infty})_n = x$ et $f_{n\infty}(f_{\infty n}(x)) = \langle \ldots, g_{n-1}(x_n), x_n, f_n(x_n), \ldots\rangle \sqsubseteq x$, puisque $g_{n-1}(x_n) = x_{n-1}$ mais $f_n(x_n) = f_n(g_n(x_{n+1})) \sqsubseteq x_{n+1}$.□

Pour établir l'isomorphisme entre E_∞ et $[E_\infty \rightarrow E_\infty]$, nous avons besoin des deux prochaines propositions.

4.35. Proposition.

Pour chaque $x \in E_\infty$ et chaque $n \in \omega$:

$$f_{n\infty}(x_n) \sqsubseteq f_{n+1\infty}(x_{n+1}).$$

Preuve. Dans E_∞, $f_{n\infty}(x_n)$ est la suite:

$$\langle \ldots, g_{n-1}(x_n), x_n, f_n(x_n), \ldots\rangle$$

et $f_{n+1\infty}(x_{n+1})$ est la suite:

$$\langle \ldots, g_n(x_{n+1}), x_{n+1}, f_{n+1}(x_{n+1}), \ldots\rangle$$

Or dans chacune de ces suites, $x_n = g_n(x_{n+1})$ mais $f_n(x_n) = f_n(g_n(x_{n+1})) \sqsubseteq x_{n+1}$. Donc $f_{n\infty}(x_n) \sqsubseteq f_{n+1\infty}(x_{n+1})$.□

4.36. Proposition.

Pour chaque $x \in E_\infty$ et tout $m \in \omega$: $\bigsqcup_{n=m}^{\infty} f_{n\infty}(x_n) = x$; en d'autres termes, $\bigsqcup_{n=m}^{\infty}(f_{n\infty} \circ f_{\infty n}) = Id_{E_\infty}$.

Preuve. La proposition 4.35 implique immédiatement que pour n'importe quel $x \in E_\infty$, l'ensemble $\{f_{n\infty}(x_n) \mid n \in \omega\}$ est un sous-ensemble dirigé et intéressant de E_∞ et plus précisément une suite monotone croissante:

$$f_{0\infty}(x_0) \sqsubseteq f_{1\infty}(x_1) \sqsubseteq f_{2\infty}(x_2) \sqsubseteq \ldots \sqsubseteq f_{n\infty}(x_n) \sqsubseteq f_{n+1\infty}(x_{n+1}) \sqsubseteq \ldots$$

dont la *limite* est x. Cela établit clairement la proposition.□

Nous pouvons maintenant définir les isomorphismes.

4.37. Proposition.

Soit les fonctions $f_\infty: E_\infty \to [E_\infty \to E_\infty]$ et $g_\infty: [E_\infty \to E_\infty] \to E_\infty$ définies par les équations:

(i) $f_\infty(x) = \bigsqcup_{n=0}^{\infty}(f_{n\infty} \circ f_{\infty n+1}(x) \circ f_{\infty n})$;

(ii) $g_\infty(x') = \bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty}(f_{\infty n} \circ x' \circ f_{n\infty})$.

La fonction f_∞ est un isomorphisme de E_∞ sur $[E_\infty \to E_\infty]$ dont l'inverse est g_∞. On peut donc considérer que $E_\infty = [E_\infty \to E_\infty]$.

Preuve. La preuve consiste à montrer que f_∞ est continue, bijective et que sont inverse est g_∞. Cela a été démontré dans le détail par H. P. Barendregt[6]. Nous allons cependant résumer la preuve de Dana Scott[7], qui est moins détaillée mais plus courte.

---

[6] H. P. Barendregt, *op. cit.*, chapitre 18, section 3, pp.481-485.

[7] Dana Scott, *loc. cit.*, pp.127-128.

D'abord on constate que les formules (i) et (ii) qui définissent f_∞ et g_∞ sont les généralisations à la limite des formules définissant les projections (f_n, g_n) pour tous les $n \geq 1$. Par conséquent, on peut en toute sécurité considérer que (f_∞, g_∞) est une projection de $[E_\infty \to E_\infty]$ sur E_∞. En outre, on peut vérifier que les supremums dans les seconds termes de (i) et (ii) opèrent sur des chaînes monotones croissantes. Par conséquent, puisque f_∞ et g_∞ sont continues, on peut évaluer $g_\infty(f_\infty(x))$ et $f_\infty(g_\infty(x'))$ en éliminant le supremum interne pour ne conserver que le supremum de gauche. Cette évaluation conduit au résultat que $g_\infty(f_\infty(x)) = x$ et $f_\infty(g_\infty(x')) = x'$. En effet:

$$
\begin{aligned}
g_\infty(f_\infty(x)) &= \bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty}(f_{\infty n} \circ (f_{n\infty} \circ f_{\infty n+1}(x) \circ f_{\infty n}) \circ f_{n\infty}) \\
&= \bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty}(f_{\infty n} \circ f_{n\infty} \circ f_{\infty n+1}(x) \circ f_{\infty n} \circ f_{n\infty}) \\
&= \bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty}(Id_{E_n} \circ f_{\infty n+1}(x) \circ Id_{E_n}) \\
&= \bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty}(f_{\infty n+1}(x)) \\
&= x \quad \text{(par la proposition 4.36).}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_\infty(g_\infty(x')) &= \bigsqcup_{n=0}^{\infty} (f_{n\infty} \circ f_{\infty n+1}(f_{n+1\infty}(f_{\infty n} \circ x' \circ f_{n\infty})) \circ f_{\infty n}) \\
&= \bigsqcup_{n=0}^{\infty} (f_{n\infty} \circ Id_{E_{n+1}}(f_{\infty n} \circ x' \circ f_{n\infty}) \circ f_{\infty n}) \\
&= \bigsqcup_{n=0}^{\infty} (f_{n\infty} \circ f_{\infty n} \circ x' \circ f_{n\infty} \circ f_{\infty n}) \\
&= \bigsqcup_{n=0}^{\infty} (f_{n\infty} \circ f_{\infty n}) \circ x' \circ \bigsqcup_{n=0}^{\infty} (f_{n\infty} \circ f_{\infty n}) \\
&= x' \quad \text{(par le proposition 4.36).}
\end{aligned}
$$

L'avant derrière ligne se justifie par la continuité de x', qui nous permet de confiner le supremum sur la droite.□

Les applications fonctionnelles dans E_∞ peuvent donc être définies comme suit. Pour tous les x, y $\in E_\infty$:

$$x(y) =_{df} f_\infty(x)(y).$$

D'autre part, les applications fonctionnelles dans $[E_\infty \to E_\infty]$ peuvent être définies comme suit. Pour tous les x', y' $\in [E_\infty \to E_\infty]$:

$$x'(y') =_{df} (f_\infty \circ x' \circ g_\infty)(y').$$

Sur la base de ces définitions, nous avons: (i) pour tous les x, y $\in E_\infty$, $f_\infty(x(y)) = f_\infty(x)(f_\infty(y))$; (ii) pour tous les x', y' $\in [E_\infty \to E_\infty]$, $g_\infty(x'(y')) = g_\infty(x')(g_\infty(y'))$. **Preuve.** (i) $f_\infty(x(y)) = f_\infty(f_\infty(x)(y)) = (f_\infty \circ f_\infty(x))(y) = (f_\infty \circ f_\infty(x) \circ g_\infty \circ f_\infty)(y) = (f_\infty \circ f_\infty(x) \circ g_\infty)(f_\infty(y)) = f_\infty(x)(f_\infty(y))$. (ii) $g_\infty(x'(y')) = g_\infty((f_\infty \circ x' \circ g_\infty)(y')) = (g_\infty \circ f_\infty \circ x' \circ g_\infty)(y') = x'(g_\infty(y')) = f_\infty(g_\infty(x'))(g_\infty(y')) = g_\infty(x')(g_\infty(y'))$.□

Nous sommes maintenant en mesure de présenter le système LH et de construire les domaines qui satisfont les conditions de réflexivité spécifiées par le système d'équations (3.15). Tel sera le propos du prochain chapitre.

CHAPITRE V

LOGIQUE HYPERINTENSIONNELLE ET DOMAINES DE SCOTT

Ce chapitre contient quatre sections. Dans la première section, nous décrivons dans le détail le cadre conceptuel de LH. La deuxième section est consacrée à l´application de LH à l´analyse de cas paradigmatiques d´énoncés et d´inférences. La troisième section contient les preuves de certaines propositions émises dans la première section. Enfin, dans la dernière section, nous décrivons dans les détails la construction des limites inverses qui satisfont les conditions de réflexivité spécifiées par le système d´équations (3.15), lequel définit les domaines sémantiques de notre système LH.

A. Formulation de LH.

A.1. Les types de LH.

Tout comme en logique intensionnelle, les types de LH sont à la fois des sortes d'entités sémantiques et des catégories syntaxiques.

L'ensemble des types de LH est le plus petit ensemble T récursivement défini comme suit:

(i) $e, t \in T$;

(ii) si $\alpha, \beta \in T$, alors $\langle\alpha,\beta\rangle \in T$;

(iii) si $\alpha \in T$, alors $*\alpha \in T$.

Comme d'habitude, lorsqu'aucune confusion ne sera à craindre, nous écrirons $\alpha\beta$ pour $\langle\alpha,\beta\rangle$ et $\alpha\alpha\beta$ pour $\langle\alpha,\alpha\beta\rangle$. Nous écrirons également $*\alpha\beta$ pour $\langle*\alpha,\beta\rangle$. Si nécessaire, nous utiliserons également σ comme variable de types.

A.2. La syntaxe de LH.

A.2.1. Les expressions syncatégorématiques de LH.

Les expressions syncatégorématiques de LH sont: [,], λ, $^\wedge$, $^\vee$, # et θ (respectivement: les crochets, l'opérateur lambda, les opérateurs *cap* et *cup*, l'opérateur d'intension induite et l'opérateur d'hyperintensionnalité). Les constantes logiques et le signe de l'identité seront introduits catégorématiquement et seront donc considérés comme des termes de LH.

A.2.2. Les termes de LH.

Tout comme LI, LH comprend pour chaque $\alpha \in T$ un ensemble $Con\alpha$ (au plus dénombrable) de constantes et un ensemble $Var\alpha$ (au plus dénombrable) de variables. Pour n'importe quel $\alpha \in T$, l'ensemble des *termes de type* α est le plus petit ensemble $Trm\alpha$ tel que:

(i) $Con\alpha \cup Var\alpha \subseteq Trm\alpha$;

(ii) si $A \in Trm\alpha\beta$ et $B \in Trm\alpha$, alors $[AB] \in Trm\beta$;

(iii) si $A \in Trm\alpha$, alors $^\wedge A$, $\theta A \in Trm{*}\alpha$;

(iv) si $A \in Trm{*}\alpha$, alors $\#A \in Trm{*}\alpha$;

(v) si $A \in Trm{*}\alpha$, alors $^\vee A \in Trm\alpha$;

(vi) si $A \in Trm\beta$ et $v \in Var\alpha$, alors $\lambda v.A \in Trm\alpha\beta$.

Cela complète la liste des termes de LH. Comme d'habitude, nous écrirons: $A\alpha$, $B\alpha$, ... etc., pour désigner des termes dans $Trm\alpha$; $c\alpha$, $c\acute{\alpha}$, ..., etc., pour désigner des constantes dans $Con\alpha$; $v\alpha$, $v\acute{\alpha}$, ..., etc., pour désigner des variables dans $Var\alpha$.

A.3. La sémantique de LH.

A.3.1. Les domaines sémantiques.

Soit U et I deux domaines (cpo) non-vides tels que:

$$U = \quad \ldots, u, u', u'', \ldots \qquad \text{(individus)}$$

$$\perp$$

$$I = \quad \ldots, i, i', i'', \ldots \qquad \text{(mondes possibles)}$$

$$\perp$$

On constate que U et I ont la même structure que Bool, à savoir celle d'un inf-semi-trellis (plat). Les éléments $\perp_U$ et $\perp_I$ sont des dispositifs techniques que nous devons introduire afin de pouvoir considérer U et I comme des cpo. Néanmoins, tout comme l'élément $\perp$ dans Bool, on peut intuitivement considérer $\perp_U$ comme l'indétermination d'un individu et $\perp_I$ comme l'indétermination d'un monde possible.

Nous allons maintenant définir la notion de système standard de domaines basé sur U et I.

Un *système standard* de domaines basé sur U et I est la famille $\{D_\alpha\}_{\alpha \in T}$ de domaines indexés où:

(i) D_e = U;

(ii) D_t = Bool;

(iii) $D_{\alpha\beta}$ = $[D_\alpha \rightarrow D_\beta]$;

(iv) $D_{*\alpha}$ = $\Sigma(\Gamma_\alpha)$, où pour chaque $\alpha \in T$, Γ_α est le plus petit ensemble de domaines récursivement défini suit:

(iv.a) $[I \rightarrow D_\alpha] \in \Gamma_\alpha$;

(iv.b) si $Y \in \Gamma_{\beta\alpha}$ et $Z \in \Gamma_\beta$ alors $Y \times Z \in \Gamma_\alpha$.

On constate que A.3.1(i)-(iv) n´est que la reformulation du système d´équation (3.15). Dans la section D, nous définirons précisément les limites inverses appropriées satisfaisant A.3.1(i)-(iv) ci-dessus. Pour l´instant, nous supposons qu´il existe des systèmes standards de domaines.

A.3.2. La notion d´intension induite.

Nous allons maintenant définir une notion qui nous sera très utile ultérieurement, à savoir la notion d´*intension induite*. Pour chaque type $*\alpha$ et pour chaque $x \in D_{*\alpha}$, l´intension induite par x est $\delta_{*\alpha}(x)$, où $\delta_{*\alpha}$ est la fonction de $D_{*\alpha}$ dans $[I \rightarrow D_\alpha]$ récursivement définie comme suit:

(i) $\delta*\alpha(\bot_{D*\alpha}) = \bot_{[I \to D\alpha]}$.

(ii) Si $x \in [I \to D\alpha]$, alors $\delta*\alpha(x) = x$.

(iii) Soit $\sigma = \beta\alpha$; si $x = \langle y, z\rangle \in Y \times Z$, où $Y \in \Gamma\sigma$ et $Z \in \Gamma\beta$, alors $\delta*\alpha(x)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$: $f(i) = (\delta*\sigma(y)(i))(\delta*\beta(z)(i))$.

Exemple. Soit $x = \langle y, z\rangle \in Y \times Z$ où:

$$Y = [I \to D_{et}] \text{ et } Z = [I \to D_e].$$

Donc $Y \in \Gamma_{et}$ et $Z \in \Gamma_e$. Donc $y \in D*_{\langle e,t\rangle}$, $z \in D*_e$ et $x \in D*_t$. Selon (iii), pour un $i \in I$, $\delta*_t(x)(i) = (\delta*_{\langle e,t\rangle}(y)(i))(\delta*_e(z)(i))$. Selon (ii), $\delta*_{\langle e,t\rangle}(y)(i) = y(i)$ et $\delta*_e(z)(i) = (z)(i)$. Donc $\delta*_t(x)(i) = y(i)(z(i))$.

5.1. Proposition. Pour chaque type $*\alpha$, $\delta*\alpha \in [D*\alpha \to [I \to D\alpha]]$. La preuve de cette proposition est donnée à la section C.

A.3.3. Les fonctions logiques et l'identité.

Etant donné les éléments de Bool, LH doit être traité comme un langage trivalent. Cette contrainte est incontournable. En outre, puisque toutes nos fonctions doivent être continues, il faut que les fonctions logiques soient des fonctions continues dans Bool. Puisque Bool est fini, cela équivaut à demander que ces fonctions soient *monotones*. Or les seules fonctions logiques trivalentes qui ne sont pas trivialement monotones, sont celles qui correspondent aux connecteurs vérifonctionnels de la logique trivalente forte de Kleene[1]. Tout comme dans la logique trivalente de Kleene, nous n´interprétons pas $\perp$ comme une troisième valeur de vérité, mais bien comme une indétermination du vrai ou du faux. La logique de Kleene est en effet basée sur l´idée que, bien que tout énoncé Φ est comme tel vrai ou faux, nous pouvons ignorer la valeur de vérité de Φ. Il s´ensuit, comme l´a bien fait remarquer Kripke[2], que la logique de Klenne n´implique pas un abandon de la logique standard. Tout énoncé qui, selon la logique standard des propositions, est valide (vrai dans tous les modèles), est vrai selon la logique de Klenne si tous ses composants ont la valeur *vrai* ou la valeur *faux*.

Pour la négation et la conjonction, les connecteurs de la logique trivalente forte de Klenne sont définis comme suit:

négation

$\neg$	
1	0
0	1
$\perp$	$\perp$

conjonction

.	1	0	$\perp$
1	1	0	$\perp$
0	0	0	0
$\perp$	$\perp$	0	$\perp$

---

[1] S.C. Kleene, 1952, section 64, pp. 332-340.

[2] Saul Kripke, 1975, p.700, note 18.

Les significations des autres connecteurs peuvent êtres obtenues par les définitions standards. En voici la liste:

disjonction

$\vee$	1	0	$\perp$
1	1	1	1
0	1	0	$\perp$
$\perp$	1	$\perp$	$\perp$

implication

$\supset$	1	0	$\perp$
1	1	0	$\perp$
0	1	1	1
$\perp$	1	$\perp$	$\perp$

équivalence

$\equiv$	1	0	$\perp$
1	1	0	$\perp$
0	0	1	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$

Afin d'obtenir ces connecteurs pour LH, nous avons besoin de définir certaines fonctions primitives. Ces fonctions sont la fonction de vérité conjonction, et pour chaque type α, la fonction *identique dans D_α*.

Selon la table de la conjonction donnée ci-dessus, la fonction *conjonction* est la fonction binaire C définie comme suit. Pour x, $y \in D_t$:

$$C(x)(y) = \begin{cases} 1 \text{ si } x = y = 1 \\ 0 \text{ si } x = 0 \text{ ou } y = 0 \\ \perp \text{ autrement} \end{cases}$$

5.2. Proposition. $C \in D_{ttt}$.

Preuve. Puisque Bool est fini, il est suffisant de montrer que C est monotone et un examen attentif suffit pour l'établir.

Pour chaque $\alpha \in T$, la fonction *identique dans D_α* est la fonction binaire $I_{\alpha\alpha t}$ récursivement définie comme suit:

(i) $I_{eet}(x)(y) = \begin{cases} 1 \text{ si } x \neq \perp_U \text{ et } y \neq \perp_U \text{ et } x = y \\ 0 \text{ si } x \neq \perp_U \text{ et } y \neq \perp_U \text{ et } x \neq y \\ \perp \text{ autrement} \end{cases}$

(ii) $I_{ttt}(x)(y) = \begin{cases} 1 \text{ si } x \neq \perp \text{ et } y \neq \perp \text{ et } x = y \\ 0 \text{ si } x \neq \perp \text{ et } y \neq \perp \text{ et } x \neq y \\ \perp \text{ autrement} \end{cases}$

(iii) Soit $\sigma = \alpha\beta$; $I_{\sigma\sigma t}(x)(y) =$

1 si pour tout $z \in D_\alpha$, $I_{\beta\beta t}(x(z))(y(z)) = 1$
0 s'il y a un $z \in D_\alpha$ t.q. $I_{\beta\beta t}(x(z))(y(z)) = 0$
$\perp$ autrement

(iv) Soit $\sigma = *\alpha$ et $x, y \in D_\sigma$:

(iv.a) si $x = \perp_{D\sigma}$ ou $y = \perp_{D\sigma}$, alors

$$I_{\sigma\sigma t}(x)(y) = \perp;$$

(iv.b) si $x, y \in [I \rightarrow D_\alpha]$ alors $I_{\sigma\sigma t}(x)(y) =$

1 si pour tout $i \in I$, $I_{\alpha\alpha t}(x(i))(y(i)) = 1$
0 s'il y a un $i \in I$ t.q. $I_{\alpha\alpha t}(x(i))(y(i)) = 0$
$\perp$ autrement;

(iv.c) si $x = \langle y, z\rangle \in Y \times Z$ et $x' = \langle y', z'\rangle \in Y \times Z$, où $Y \in \Gamma_{\beta\alpha}$ et $Z \in \Gamma_\beta$, alors $I_{\sigma\sigma t}(x)(x') =$

$$I_{ttt}(I_{*\langle\beta,\alpha\rangle*\langle\beta,\alpha\rangle t}(y)(y'))(I_{*\beta*\beta t}(z)(z'));$$

(iv.d) $I_{\sigma\sigma t}(x)(y) = 0$ autrement.

On constate que I_{ttt} est la fonction de vérité *équivalence*, selon la logique trivalente forte de Kleene.

5.3. Proposition. Pour chaque $\alpha \in T$, $I_{\alpha\alpha t} \in D_{\alpha\alpha t}$. La preuve de cette proposition est donnée à la section C.

La définition récursive de $I_{\alpha\alpha t}$ peut sembler inutilement compliquée, mais il est impossible, sans perdre la propriété de la continuité, de définir autrement cette fonction. L'identité standard, par exemple, n'est pas continue. Elle n'est même pas monotone. En effet, supposons que $I_{\alpha\alpha t}$ soit définie de la façon standard, comme ceci: $I_{\alpha\alpha t}(x)(y) = 1$ si x est le même élément que y; autrement $I_{\alpha\alpha t}(x)(y) = 0$. Donc, en particulier nous avons $I_{ttt}(\perp)(\perp) = 1$ et $I_{ttt}(\perp)(1) = 0$. Or dans Bool, $\perp \sqsubseteq 1$, mais il n'est pas le cas que $1 \sqsubseteq 0$. Donc, I_{ttt} ainsi définie n'est pas monotone dans Bool. Cela n'est qu'un exemple. On pourrait tenter de définir autrement $I_{\alpha\alpha t}$. Mais de nombreux essais nous ont conduit à la conclusion que toute autre tentative pour définir $I_{\alpha\alpha t}$ d'une autre façon aboutit à une fonction non-monotone. Il apparaît que c'est seulement notre définition récursive de $I_{\alpha\alpha t}$ qui garantit la monotonie et même la continuité de cette fonction[3].

---

[3] Raymond Turner (dans R. Turner, 1983), a pourtant défini, pour la sémantique de son système EIL («Extended Intensional Logic»), l'identité d'une façon standard (voir, dans l'article en question, la définition 5 de la page 269). Or toutes les fonctions de son système, comme toutes les fonctions du nôtre, doivent être continues. C'est la seule faute apparente de l'auteur, car ce dernier fournit toutes les preuves établissant la continuité des autres fonctions de son système. Seule manque la preuve de la continuité de sa fonction de l'identité, ce qui s'explique évidemment par le fait que cette fonction n'est pas continue et qu'il est donc impossible de prouver le contraire.

A.3.4. L'interprétation de LH.

Un *modèle standard* (pour LH) basé sur U et I est une paire ordonnée $\langle\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}, g\rangle$ où: $\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}$ est le système standard de domaines basé sur U et I; g est une assignation de base ayant pour domaine l'ensemble des constantes de LH et telle que: (i) g assigne à chaque constante de type α un élément de $[I \rightarrow D_\alpha]$; (ii) g satisfait les postulats de signification suivants:

(P1) $g(c^0_t)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = 0$.

(P2) $g(c^1_t)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = 1$.

(P3) $g(c^0_{\alpha\alpha t})$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = I_{\alpha\alpha t}$.

(P4) $g(c^1_{ttt})$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = C$.

On constate que c^0_t est la constante qui dénote le *faux* et c^1_t est la constante qui dénote le *vrai*. Pour chaque $\alpha \in T$, $c^0_{\alpha\alpha t}$ dénote la fonction *identique dans D_α*; c'est donc le signe d'identité des extensions des termes de type α. Enfin, c^1_{ttt} dénote la fonction logique de la conjonction; c'est donc le signe de la conjonction. Désormais, nous désignerons par TS (Termes Spéciaux) le plus petit ensemble contenant les constantes désignées c^0_t, c^1_t, c^1_{ttt} et $c^0_{\alpha\alpha t}$ pour tous les $\alpha \in T$.

Etant donné un modèle standard M (= $<\{D\alpha\}_{\alpha\in T}, g>$) pour LH, une *assignation de valeurs aux variables* combinée à M est n´importe quelle fonction *a* dont le domaine est l´ensemble des variables de LI et qui assigne à chaque variable de type α un élément de $D\alpha$. Si *a* est une assignation de valeurs aux variables, alors pour n´importe quelle variable $v\alpha$ et pour n´importe quel $x \in D\alpha$, nous désignons par $a[x/v\alpha]$ l´assignation de valeurs aux variables qui diffère au plus de *a* en assignant x à $v\alpha$.

Tout modèle standard M pour LH combiné à une assignation *a* de valeurs aux variables induit deux fonctions, V^M_a et S^M_a, ayant pour domaine l´ensemble des termes de LH. V^M_a assigne à chaque terme $A\alpha$ les deux choses suivante: d´abord une intension relativement à *a*, notée $V^M_a(A\alpha)$; ensuite, quel que soit $i \in I$, une dénotation relativement à *a* et i, notée $V^M_{a,i}(A\alpha)$ et donnée par $V^M_a(A\alpha)(i)$. S^M_a assigne à chaque terme $A\alpha$ un structure intensionnelle relativement à *a*, notée $S^M_a(A\alpha)$. Les règles récursives d´assignation pour les intensions et pour les structures intensionnelles, relativement à une assignation *a*, sont les suivantes (nous supprimons l´exposant «M»):

(i) $V_a(c\alpha) = g(c\alpha)$; $S_a(c\alpha) = V_a(c\alpha)$.

(ii) $V_a(v\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = a(v\alpha)$;

$S_a(v\alpha) = V_a(v\alpha)$.

(iii) $V_a([A\alpha\beta B\alpha])$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = V_{a,i}(A\alpha\beta)(V_{a,i}(A\alpha))$;

$S_a([A\alpha\beta B\alpha]) = \langle S_a(A\alpha\beta), S_a(B\alpha)\rangle$.

(iv) $V_a(^\wedge A\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = V_a(A\alpha)$;

$S_a(^\wedge A\alpha) = V_a(^\wedge A\alpha)$.

(v) $V_a(\theta A\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = S_a(A\alpha)$;

$S_a(\theta A\alpha) = V_a(\theta A\alpha)$.

(vi) $V_a(\#A{*}\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = \delta{*}\alpha(V_{a,i}(A{*}\alpha))$;

$S_a(\#A{*}\alpha) = V_a(\#A{*}\alpha)$;

(vii) $V_a(^\vee A{*}\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = \delta{*}\alpha(V_{a,i}(A{*}\alpha))(i)$;

$S_a(^\vee A{*}\alpha) = V_a(^\vee A{*}\alpha)$;

(viii) $V_a(\lambda v\alpha.A\beta)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i)$ est la fonction dont le domaine est $D\alpha$ et telle que pour tout $x \in D\alpha$, $f(i)(x) = V_{a',i}(A\beta)$, où $a' = a[x/v\alpha]$;

$S_a(\lambda v\alpha.A\beta) = V_a(\lambda v\alpha.A\beta)$;

5.4. **Proposition.** Pour chaque $\alpha \in T$ et chaque terme B de type α, $V_a(B) \in [I \to D\alpha]$ et $S_a(B) \in D{*}\alpha$. La preuve de cette proposition est donnée à la section C.

Les règles (vi) et (vii) nécessitent quelques commentaires. Selon la règle (vi), pour n'importe quel terme $A*\alpha$, $V_{a,i}(\#A*\alpha)$ n'est que l'intension induite par la structure intensionnelle $V_{a,i}(A*\alpha)$, c'est-à-dire par la structure intensionnelle que $A*\alpha$ dénote à i. Il s'ensuit que pour tout terme $A\alpha$, les termes $\#\theta A\alpha$, $\#{}^\wedge A\alpha$ et ${}^\wedge A\alpha$ sont équivalents. En effet, l'intension induite par la structure intensionnelle de $A\alpha$ est précisément l'intension de $A\alpha$. Donc, $V_{a,i}(\#\theta A\alpha) = V_{a,i}({}^\wedge A\alpha)$. D'autre part, l'intension induite par l'intension de $A\alpha$ est l'intension de $A\alpha$. Donc, $V_{a,i}(\#{}^\wedge A\alpha) = V_{a,i}({}^\wedge A\alpha)$. Il s'ensuit, selon la règle (vii), que pour n'importe quel terme $A\alpha$, les termes ${}^\vee\theta A\alpha$ et ${}^\vee{}^\wedge A\alpha$ sont équivalents à $A\alpha$. En effet: $V_{a,i}({}^\vee\theta A\alpha) = V_{a,i}(\#\theta A\alpha)(i) = V_{a,i}({}^\wedge A\alpha)(i) = V_{a,i}(A\alpha)$ et $V_{a,i}({}^\vee{}^\wedge A\alpha) = V_{a,i}(\#{}^\wedge A\alpha)(i) = V_{a,i}({}^\wedge A\alpha)(i) = V_{a,i}(A\alpha)$. Donc, par la combinaison des règles (vi) et (vii), les termes ${}^\vee\#\theta A\alpha$, ${}^\vee\#{}^\wedge A\alpha$, ${}^\vee\theta A\alpha$ et ${}^\vee{}^\wedge A\alpha$ sont équivalents à $A\alpha$.

A.4. Les termes modalement clos de LH.

La classe MC des *termes modalement clos* de LH est la plus petite classe telle que:

(i) $A \in MC$ si $A \in TS$;

(ii) $v\alpha \in MC$ pour toute variable $v\alpha$;

(iii) ${}^\wedge A\alpha$, $\theta A\alpha \in MC$ pour tout terme $A\alpha$;

(iv) $\#A*\alpha \in MC$ si $A*\alpha \in MC$;

(v) $[A_{\alpha\beta}B_{\alpha}] \in MC$ si $A_{\alpha\beta}$, $A_{\alpha} \in MC$;

(vi) $[[c^{0}_{\alpha\alpha t}A_{\alpha}]B_{\alpha}] \in MC$ si A_{α}, $B_{\alpha} \in MC$;

(vii) $\lambda v_{\alpha}.A_{\beta} \in MC$ si $A_{\beta} \in MC$.

On vérifie facilement que pour tout $A_{\alpha} \in MC$, la valeur $V_{a,i}(A_{\alpha})$ ne dépend pas d´un $i \in I$.

A.5. Les termes de LH introduits par définition.

Désormais, nous écrirons F pour c^{0}_{t}, V pour c^{1}_{t}, $[A_{\alpha} \equiv B_{\alpha}]$ pour $[[c^{0}_{\alpha\alpha t}A_{\alpha}]B_{\alpha}]$ et $[A_t \ . \ B_t]$ pour $[[c^{1}_{ttt}A_t]B_t]$. Voici la liste de certains termes de LH introduits par définition:

$$\neg =_{df} \lambda v_t.[v_t \equiv F]$$

$$[A_t \supset B_t] =_{df} \neg[A_t \ . \ \neg B_t]$$

$$[A_t \vee B_t] =_{df} [\neg A_t \supset B_t]$$

$$\forall v_{\alpha} A_t =_{df} [\lambda v_{\alpha}.A_t \equiv \lambda v_{\alpha}.V]$$

$$\exists v_{\alpha} A_t =_{df} \neg\forall v_{\alpha}\neg A_t$$

$$[A_{\alpha} \equiv B_{\alpha}] =_{df} [\hat{}A_{\alpha} \equiv \hat{}B_{\alpha}]$$

$$[A_{\alpha} <> B_{\alpha}] =_{df} [\theta A_{\alpha} \equiv \theta B_{\alpha}]$$

$$\Box A_t =_{df} [A_t \equiv V]$$

$$\Diamond A_t =_{df} \neg\Box\neg A_t$$

$$Nec =_{df} \lambda v_{*t}.[\# v_{*t} \equiv \hat{}V]$$

$$Pos =_{df} \lambda v_{*t}.\neg[\# v_{*t} \equiv \hat{}F]$$

On peut vérifier que les symboles $\neg$, $\vee$ et $\supset$ sont respectivement l´opérateur de négation, le connecteur de la disjonction et le connecteur du conditionnel (le biconditionnel est évidemment le symbole ≡), tous interprétés selon les tables des connecteurs de la logique trivalente forte de Kleene. Le symbole $\forall$ est le quantificateur universel et le symbole $\exists$ est le quantificateur existentiel. Le symbole $\equiv$ est l'identité stricte. Le symbole <> est l'identité *hyperstricte* (identité de structures intensionnelles). Le symbole $\Box$ est l'opérateur de nécessité et le symbole $\Diamond$ est l'opérateur de possibilité. Le symbole Nec est le prédicat de nécessité et le symbole Pos est le prédicat de possibilité, les deux s'appliquant à des entités de type *t. On constate que pour un terme A_t quelconque, $Nec\theta A_t$ est équivalent à $\Box A_t$. En effet, $Nec\theta A_t$ = $[\#\theta A_t \equiv\ ^\wedge V] = [^\wedge A_t \equiv\ ^\wedge V] = [A_t \equiv V] = \Box A_t$. On peut aussi vérifier que $Pos\theta A_t$ se réduit à $\Diamond A_t$.

A.6. Satisfaction, vérité et validité.

La logique de LH est basée sur la logique trivalente forte de Kleene. Cela implique que pour toute formule A_t qui est valide selon la logique standard, il existe au moins un modèle M, une assignation *a* et un monde $i \in I$ tels que $V^M_{a,i}(A_t) = \perp$. Donc, si nous définissions la validité pour les formules LH de la même façon que pour les formules de LI, c'est-à-dire comme la vérité dans tous les mondes et dans tous les modèles, alors aucune formule valide selon la logique standard ne serait une formule valide de LH. Toutefois, comme nous l'avons souligné plus haut, la logique de Kleene n'implique pas un abandon de la logique standard; cela signifie que pour toute formule At valide selon la logique standard, il n'existe pas de modèle pour LH dans lequelle At est *fausse*. Nous pouvons donc définir la validité pour LH de façon à capturer toute la classe des formules que nous considérons valides dans le sens classique. Voici la définition.

Soit M un modèle standard pour LH. Une formule At est *satisfaite* dans M à un monde i ∈ I et relativement à une assignation *a* si et seulement si $V^{M}_{a,i}(At) = 1$. At est *insatisfaite* dans M à un monde i ∈ I et relativement à une assignation *a* si et seulement si $V^{M}_{a,i}(At) = 0$. At n'est *ni satisfaite ni insatisfaite* dans M à un monde i ∈ I et relativement à une assignation *a* si et seulement si $V^{M}_{a,i}(At) = \perp$. Une formule At est *vraie* dans M à un monde i ∈ I si et seulement si At est satisfaite dans M à i relativement à *toute* assignation *a*. At est *fausse* dans M à un monde i ∈ I si et seulement si At est insatisfaite dans M à i relativement à *au moins une* assignation *a*. At est *indéterminée* dans M à un monde i ∈ I si et seulement si At n'est ni vraie ni fausse dans M à i. At est *valide* (dans le sens standard) si et seulement si At est vraie ou indéterminée dans tout modèle standard M à tout i ∈ I.

Considérons les schémas d´axiomes de Gallin (chapitre 1, B.5). Conservons les schémas A1-A3. Dans AS4, remplaçons la clause (ii) par: «aucune occurrence libre de $v\alpha$ dans $A\beta(v\alpha)$ ne réside dans la portée de ^ ou de θ». Puis ajoutons les schémas suivants:

A5. $\Box[{}^{\vee}v{*}\alpha \equiv {}^{\vee}v{\ast}\alpha] \equiv [\#v{*}\alpha \equiv \#v{\ast}\alpha]$.

A6. $[v{*}\alpha \equiv v{\ast}\alpha] \supset [\#v{*}\alpha \equiv \#v{\ast}\alpha]$.

AS7. $\theta\theta A\alpha \equiv {}^{\wedge}\theta A\alpha$.

AS8. $\theta{}^{\wedge}A\alpha \equiv {}^{\wedge\wedge}A\alpha$.

AS9. ${}^{\vee\wedge}A\alpha \equiv A\alpha$.

AS10. ${}^{\vee}\theta A\alpha \equiv A\alpha$.

AS11. $\#{}^{\wedge}A\alpha \equiv {}^{\wedge}A\alpha$.

AS12. $\#\theta A\alpha \equiv {}^{\wedge}A\alpha$.

AS13. $\theta c\alpha \equiv {}^{\wedge}c\alpha$.

AS14. $\theta v\alpha \equiv {}^{\wedge}v\alpha$.

Enfin, conservons la règle d´inférence R. Il suffit d´un examen attentif pour établir que les schémas d´axiomes A1-A14 sont des schémas de formules valides de LH et que la règle R préserve la validité. Cependant, nous ne prétendons pas que ces schémas et cette règle forment un système déductif complet. En fait, à cause de la nature de nos domaines sémantiques, tout théorème de complétude, même de complétude généralisée, apparaît exclu.

B. Application.

On constate que dans LH, les types <*α,ß> sont les analogues des types <sα,ß> dans LI. Par exemple, dans LI les adjectifs «présumé» et «ancien» sont traités comme des termes de type <<s,<e,t>>,<e,t>>. Donc dans LH, ces adjectifs sont traités comme des termes de type <*<e,t>,<e,t>>. Cela signifie que selon le cadre conceptuel LH, toutes les expressions qui sont traditionnellement considérées comme des expressions qui créent des contextes indirects sont en principe des expressions sensibles aux structures intensionnelles. Evidemment, certaines des ces expressions ne sont pas intuitivement sensibles aux structure intensionnelles. Les adjectifs «présumé» et «anciens» en sont justement des exemples. Mais cela n´a pas d´importance. Prenons par exemple l´expression «présumé ancien étudiant». Nous pouvons analyser cette expression de la façon standard, c´est-à-dire l´analyser comme «présumé ^(ancien ^(étudiant))», et non comme «présumé θ(ancien θ(étudiant))». Par ailleurs, nous pouvons désigner *certains* termes $A_{*\alpha\beta}$, considérer comme les traductions dans LH de certaines expressions, comme «présummé» et «ancien», qui sont sensibles aux intensions uniquement, et restreindre la classe des modèles admissibles aux modèles M tels que, pour tout terme $B*\alpha$, $V^M_{a,i}(A*\alpha\beta B*\alpha) = \perp D\beta$ si $V^M_{a,i}(B*\alpha) \notin [I \rightarrow D\beta]$.

Le problème ne se pose évidemment pas pour les verbes d'AP, traités comme des termes de type <*t,<e,t>>. Il est intuitif de tenir ces verbes comme des expressions qui sont parfois sensibles aux structures intensionnelles des énoncés. Le problème ne se pose pas non plus pour les modalités alhétiques. En effet, ces modalités font l'objet d'un traitement spécial afin que les fonctions qu'elles dénotent puissent s'appliquer à toutes les entités de type *t. Nous allons maintenant brièvement montrer comment LH permet de traiter des inférences dans lesquelles sont combinés des verbes d'AP et des modalités aléthiques, des énoncés d'AP qui contiennent des verbes d'AP réitérés, et enfin des quantifications à l'intérieur de contextes d'AP précédés de verbes d'AP.

Reprenons notre exemple d'inférence (2.2):

(2.2) Kant savait que 5 + 7 = 12.

Il est nécessaire que 5 + 7 = 12.

Il y a quelque chose que Kant savait et qui est nécessaire.

Dans LI, la formalisation de cette inférence est:

(F2.2.1) $[K^\wedge At]c$

$Nec^\wedge At$

$\exists v_{st}[[Kv_{st}]c \;.\; [Necv_{st}]]$

Maintenant, dans LH, la formalisation équivalente à (F2.2.1) est:

(F2.2.2) $[K^\wedge At]c$

$Nec^\wedge At$

$\exists v{*}t[[Kv{*}t]c \;.\; [Necv{*}t]]$

Il s'agit de la formalisation qui spécifie l'interprétation purement propositionnelle de (2.2). La première prémisse de (F2.2.1) spécifie que l'objet du savoir de Kant est *la proposition* que 5 + 7 = 12. Cette proposition est la proposition nécessaire: la fonction qui à chaque $i \in I$ assigne la valeur 1. Or nous pouvons interpréter (2.2) d'une autre façon, à savoir dans le sens hyperintensionnel: l'objet du savoir de Kant dont il est question dans la première prémisse de (2.2) n'est pas la proposition nécessaire, mais plutôt un objet plus complexe, qui correspond à la structure intensionnelle de «5 + 7 = 12». Selon cette interprétation, la formalisation appropriée de (2.2) est:

(F2.2.3) $[K\theta A_t]c$

$Nec\theta A_t$

$\exists v{*}t[[Kv{*}t]c \;.\; [Necv{*}t]]$

Dans la conclusion de (F2.2.3), obtenue par généralisation existentielle, l´objet $v{*}t$ dont il est question dans le premier terme de la conjonction est la structure intensionnelle de A_t (c´est-à-dire la structure intensionnelle «5 + 7 = 12»). Or cette structure induit la proposition nécessaire, ce qui justifie la seconde prémisse et ainsi le second terme de la conjonction dans la conclusion. Donc, dans la LH, les porteurs de la nécessité et les objets des AP sont du même type: le type $*t$.

En général, si Φ est un énoncé qui contient n verbes d´AP, enchâssés ou non, alors Φ a au moins 2^n interprétations possibles dans LH. Par exemple, l´énoncé:

(5.1) Richard croit que Pierre croit que Paul est malade.

a quatre interprétations possibles dans LH (A_t symbolise «Paul est malade», c symbolise «Paul» et c´ symbolise «Richard»):

(F5.1.1) $[Bel^{\wedge}[[Bel^{\wedge}A_t]c]]c'$ (F5.1.2) $[Bel\theta[[Bel^{\wedge}A_t]c]]c'$

(F5.1.3) $[Bel^{\wedge}[[Bel\theta A_t]c]]c'$ (F5.1.4) $[Bel\theta[[Bel\theta A_t]c]]c'$

Toutes ces formules ont des conditions de vérité différentes. Dans LI, on peut seulement formuler la formule dont les conditions de vérité sont celles de (F5.1.1), qui spécifie l'interprétation purement propositionnelle de (5.1). La formule qui spécifie l'interprétation la plus forte de (5.1) est (F5.1.4). Les autres formules spécifient des interprétations intermédiares. (F5.1.3) a son équivalent dans LCθ'; il s'agit de la formule [Bel[θ[BelΦ]c]]c', où Φ symbolise «Paul est malade».

Appliquons les règles sémantiques à (F5.1.4). Relativement à un monde possible donné $i \in I$, on trouve que $V_{a,i}$([Belθ[[BelθAt]c]]c') est égal à:

$V_{a,i}$([Belθ[[BelθAt]c]])($V_{a,i}$(c')) =

$V_{a,i}$(Bel)($V_{a,i}$(θ[[BelθAt]c]])($V_{a,i}$(c')) =

$V_{a,i}$(Bel)(S_a([[BelθAt]c]])($V_{a,i}$(c')) =

$V_{a,i}$(Bel)(<S_a([BelθAt]),S_a(c)>)($V_{a,i}$(c')) =

$V_{a,i}$(Bel)(<<S_a(Bel),S_a(θAt)>,S_a(c)>)($V_{a,i}$(c')) =

$V_{a,i}$(Bel)(<<V_a(Bel),V_a(θAt)>,V_a(c)>)($V_{a,i}$(c')).

On note que $V_{a,i}(Bel) \in D_{<*t,<e,t>>}$ et donc que $V_a(Bel) \in [I \rightarrow D_{<*t,<e,t>>}]$. On note aussi que V_a(θAt) est la fonction constante de I dans D_{*t} qui assigne Sa(At) à chaque $i \in I$. Ce dernier résultat n'est peut être pas heureux, mais il est une conséquence inévitable de la méthode[1]. De toute façon, d'un point de vue technique, cela n'a aucune importance. Dans (F5.1.4), la substitution de n'importe quelle autre formule B_t à A_t préserve nécessairement les conditions de vérité si $B_t <> A_t$. Cependant, si $B_t \equiv A_t$ mais non $B_t <> A_t$, alors la substitution de B_t à A_t ne préserve pas nécessairemment les conditions de vérité.

Passons maintenant à l'évaluation de (F5.1.2). On vérifie facilement que $V_{a,i}([Bel\theta[[Bel\wedge A_t]c]]c')$ est égal à:

$$V_{a,i}(Bel)(<<V_a(Bel),V_a(\wedge A_t)>,V_a(c)>)(V_{a,i}(c')),$$

où $V_a(\wedge A_t)$ est la fonction constante de I dans $D*_t$ qui assigne $V_a(A_t)$ à chaque $i \in I$.

Enfin, pour l'évaluation de (F5.1.3), on vérifie facilement que $V_{a,i}([Bel\wedge[[Bel\theta A_t]c]]c')$ est égal à:

$$V_{a,i}(Bel)(V_a([[Bel\theta A_t]c]))(V_{a,i}(c')),$$

où $V_a([[Bel\theta A_t]c]) \in [I \rightarrow D_t]$.

Il convient de souligner qu'en vertu de la réflexivité de nos domaines sémantiques, l'évaluation d'une formule A_t qui, comme (F5.1.4), contient des verbes d'AP réitérés et immédiatement suivis de θ, ne conduit pas forcément à un résultat trivial, c'est-à-dire plus précisément au résultat $\perp$ (indéterminé). En outre, le cas théorique que nous allons décrire est tout à fait possible. Soit deux formules A_t et B_t qui ne contiennent pas l'opérateur θ et tel que $V_a(A_t) = V_a(B_t)$, $S_a(A_t) \neq S_a(B_t)$ et pour au moins une constante c, $V_a([Bel\theta A_t]c) = V_a([Bel\theta B_t]c)$. Soit $C_t = [Bel\theta A_t]c$ et $C_{t'} = [Bel\theta B_t]c$. Donc nécessairement $V_a(Bel^\wedge C_t) = V_a(Bel^\wedge C_{t'})$. Donc il est évidemment possible que, pour une constante c′ et un monde $j \in I$:

$$V_{a,j}([Bel^\wedge C_t]c') = V_{a,j}([Bel^\wedge C_{t'}]c') = 1.$$

Toutefois, puisque $S_a(A_t) \neq S_a(B_t)$, alors $S_a(C_t) \neq S_a(C_{t'})$. Mais cela n'implique pas qu'à tous les mondes $i \in I$:

$$V_{a,i}([Bel\theta C_t]c') = V_{a,i}([Bel\theta C_{t'}]c') = \perp.$$

En fait, il est possible que pour le même monde j:

$$V_{a,j}([[Bel\theta C_t]c']) = 1 \text{ et } V_{a,j}([[Bel\theta C_{t'}]c']) = 0.$$

En somme, la difficulté que comportait la solution de Cresswell pour régler le problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels reçoit une solution authentique, non-triviale, dans le cadre de LH.

Considérons maintenant cet énoncé, auquel nous avons fait allusion dans le chapitre 3:

(5.2) Roger croit que toutes ses croyances sont vraies.

Cet énoncé peut donner lieu à au moins quatre interprétations. D'abord, définissons le prédicat de vérité VR, de type <*t,t>, de la façon suivante:

$$VR =_{df} \lambda v_{*t}.[{}^{\vee}v_{*t} \equiv V]$$

Ensuite, définissons:

$$SC =df \lambda v_{*t}.[v_{*t} \equiv \# v_{*t}].$$

SC est de type <*t,t> et signifie intuitivement «est une structure intensionnelle complexe». Donc, pour n'importe quel terme A_{*t} et tout $i \in I$, $V_{a,i}([SCA_{*t}]) = 1$ (ou $\perp$) si et seulement si $V_{a,i}(A_{*t}) \notin [I \rightarrow D_t]$. Donc, pour n'importe quel terme A_{*t} et tout $i \in I$, $V_{a,i}(\neg[SCv_{*t}]) = 1$ (ou $\perp$) si et seulement si $V_{a,i}(A_{*t}) \in [I \rightarrow D_t]$.

Etant donnés ces définitions, (5.2) peut être symbolisé de quatre façons au moins (c symbolise «Roger»):

(F5.2.1) $[Bel^{\wedge}[\forall v_{*t}[[\neg SICv_{*t} \,.\, [Belv_{*t}]c] \supset VRv_{*t}]]c$

(F5.2.2) $[Bel^{\wedge}[\forall v_{*t}[[SICv_{*t} \,.\, [Belv_{*t}]c] \supset VRv_{*t}]]c$

(F5.2.3) $[Bel\theta[\forall v_{*t}[[\neg SICv_{*t} \,.\, [Belv_{*t}]c] \supset VRv_{*t}]]c$

(F5.2.4) $[Bel\theta[\forall v_{*t}[[SICv_{*t} \,.\, [Belv_{*t}]c] \supset VRv_{*t}]]c$

Dans LI, la formule qui équivaut à (F5.2.1) est:

$$[Bel\,{}^\wedge[\forall v_{st}[[Bel\,v_{st}]c \supset VR\,v_{st}]]c$$

où:

$$VR =_{df} \lambda v_{st}.[{}^\vee v_{st} \equiv V]$$

En somme, (F5.2.1) symbolise l'interprétation purement propositionnelle de (5.2). Pour reprendre notre distinction entre les sens 1 et 2 du verbe «croire», elle correspond intuitivement à «Roger $croit_2$ que toutes ses $croyances_2$ sont vraies». D'autre part, (F5.2.4) est l'interprétation la plus forte de (5.2). Elle correspond intuitivement à «Roger $croit_1$ que toutes ses $croyances_1$ sont vraies». Notons que grâce à la réflexivité de nos domaines sémantiques, il est possible qu'il existe une assignation *a* et un monde i relativement auquels la formule ouverte $[SCv_{*t}\ .\ [Bel\,v_{*t}]c]$ est satisfaite par la structure intensionnelle de (F5.2.4). Cette possibilité est tout à fait intuitive, car d'une part la structure intensionnelle de (F5.2.4) est complexe et d'autre part Roger peut $croire_1$ qu'il $croit_1$ que toutes ses $croyances_1$ sont vraies.

En somme, il devrait être clair que toutes les formes d'inférences qui sont valides dans LI le sont dans LH, mais que LH permet d'invalider des inférences qui ne sont pas intuitivement valides. Par exemple, dans LH, les formes d'inférences que voici sont valides:

$$\frac{\begin{array}{c} At \equiv Bt \\ [[Bel\wedge At]c] \end{array}}{[[Bel\wedge Bt]c]} \qquad \frac{\begin{array}{c} At <> Bt \\ [[Bel\theta At]c] \end{array}}{[[Bel\theta Bt]c]} \qquad \frac{\begin{array}{c} At <> Bt \\ [[Bel\wedge At]c] \end{array}}{[[Bel\wedge Bt]c]}$$

Par contre, les formes que voici ne le sont pas:

$$\frac{\begin{array}{c} At \equiv Bt \\ [[Bel\wedge At]c] \end{array}}{[[Bel\wedge Bt]c]} \qquad \frac{\begin{array}{c} At \equiv Bt \\ [[Bel\theta At]c] \end{array}}{[[Bel\theta Bt]c]}$$

C. Preuves des propositions de la section A.

Preuve de la proposition 5.1.

D'abord il est clair que $\delta*\alpha$ restreinte au domaine $[I -> D\alpha]$ est continue (car cette fonction est $Id_{[I -> D\alpha]}$). Deuxièmement, soit $Y = [I -> D\beta\alpha]$ et $Z = [I -> D\beta]$. Donc, $\delta*\langle\beta,\alpha\rangle$ restreinte à Y et $\delta*\beta$ restreinte à Z sont continues et sur cette base il facile de démontrer que $\delta*\alpha$ restreinte à $Y \times Z$ est continue pour ses arguments séparément et donc, par la proposition 4.20, qu'elle est continue. Pour démontrer cela, nous allons concentrer la preuve sur les premiers arguments, la preuve pour les seconds étant similaire. Soit $X \subseteq Y$ dirigé et $x' \in Z$. Donc:

$$\begin{aligned}
\delta{*}\alpha(\langle \sqcup X,\ x'\rangle) &= \lambda i \in I.(\delta{*}\langle \beta,\alpha\rangle(\sqcup X)(i))(\delta{*}\beta(x')(i)) \\
&= \lambda i \in I.\sqcup X(i)(x'(i)) \\
&= \lambda i \in I.(\sqcup\{x(i) \mid x \in X\})(x'(i)) \\
&= \lambda i \in I.\sqcup\{x(i)(x'(i)) \mid x \in X\} \\
&= \sqcup\{\lambda i \in I.(x(i))(x'(i)) \mid x \in X\} \\
&= \sqcup\{\delta{*}\alpha(\langle x,\ x'\rangle) \mid x \in X\}.
\end{aligned}$$

La deuxième ligne est justifiée par le fait que $\delta{*}\langle \beta,\alpha\rangle$ restreinte à Y et $\delta{*}\beta$ restreinte à Z sont des fonctions d'identité. La troisième et quatrième lignes sont justifiées par la proposition 4.18. Maintenant, notons que par la proposition 4.23, si $x \in Y$ et $y \in Y$, alors la fonction $\lambda i \in I.x(i)(y(i))$ est continue. Le reste de la preuve (concernant les cas plus complexes de $Y \times Z$) repose sur l'hypothèse d'induction.□

Preuve de la proposition 5.3.

On procède par induction sur la base des deux premiers cas.

Cas 1 = I_{eet}.

En vertu de la structure de U, tout sous-ensemble dirigé de U est fini. Par conséquent il suffit de montrer I_{eet} est monotone et un examen attentif suffit pour l'établir.

Cas 2 = I_{ttt}.

Comme pour le cas 1, puisque Bool est fini.

Cas 3 = $I\sigma\sigma t$, où $\sigma = \alpha\beta$.

Nous allons montrer que si $I\beta\beta t \in D\beta\beta t$, alors $I\sigma\sigma t \in D\sigma\sigma t$. Pour ce faire il suffit de montrer que $I\sigma\sigma t$ est continue pour ses arguments séparément. Nous allons concentrer la preuve sur les premiers arguments, la preuve pour les seconds étant similaire. Soit $X \subseteq D\sigma$ dirigé. Donc pour tout $x' \in D\sigma$, $I\sigma\sigma t(\bigsqcup X)(x')$ est égal à:

1 si pour tout $z \in D\alpha$, $I\beta\beta t(\bigsqcup X(z))(x'(z)) = 1$
0 s'il y a un $z \in D\alpha$ t.q. $I\beta\beta t(\bigsqcup X(z))(x'(z)) = 0$
$\perp$ autrement

Par la proposition 4.18, $\bigsqcup X(z) = \bigsqcup\{x(z) \mid x \in X\}$. Par conséquent, en supposant que $I\beta\beta t \in D\beta\beta t$, $I\beta\beta t(\bigsqcup X(z)) = \bigsqcup\{I\beta\beta t(x(z)) \mid x \in X\}$. Par les propositions 4.17 et 4.18, $\bigsqcup\{I\beta\beta t(x(z)) \mid x \in X\}(x'(z)) = \bigsqcup\{I\beta\beta t(x(z))(x'(z)) \mid x \in X\}$. Donc $I\sigma\sigma t(\bigsqcup X)(x')$ est égal à:

1 si pour tout $z \in D\alpha$, $\bigsqcup\{I\beta\beta t(x(z))(x'(z)) \mid x \in X\} = 1$
0 s'il y a un $z \in D\alpha$ t.q. $\bigsqcup\{I\beta\beta t(x(z))(x'(z)) \mid x \in X\} = 0$
$\perp$ autrement

Maintenant, en vertu de la structure de Bool et de la monotonie de $I\beta\beta t$, on note que si pour un $x \in X$, $I\beta\beta t(x(z))(x'(z)) = 1$ (resp. 0) pour un $z \in D\alpha$, alors pour un $y \in X$ tel que $x' \sqsubseteq y$, $I\beta\beta t(y(z))(x'(z)) = 1$ (resp. 0). Donc le précédent résultat est égal à: $\bigsqcup\{I\sigma\sigma t(x)(x') \mid x \in X\}$.

Cas 4 = $I\sigma\sigma t$, où $\sigma = *\alpha$.

La même méthode de la démonstration précédente nous permet de démontrer, en supposant que $I\alpha\alpha t \in D\alpha\alpha t$, que $I\sigma\sigma t$ restreinte à $[I \to D\alpha]$ est continue pour ses arguments séparément et donc qu'elle est continue. Or pour $Y = [I \to D\beta\alpha]$ et $Z = [I \to D\beta]$, il est facile de montrer que $I\sigma\sigma t$ restreinte à $Y \times Z$ est continue pour ses arguments séparément et donc qu'elle est continue. Pour démontrer cela, nous allons concentrer la preuve sur les premiers arguments, la preuve pour les seconds étant similaire.

Soit f la fonction $I*_{<\beta,\alpha>}*_{<\beta,\alpha>t}$ restreinte à Y, f' la fonction $I*\beta*\beta t$ restreinte à Z, $X \subseteq Y \times Z$ dirigé et $x' = <y, z> \in Y \times Z$. Puisque par la proposition 4.9, $\sqcup X = <\sqcup X_0, \sqcup X_1>$ (où $X_0 \subseteq Y$ est dirigé et $X_1 \subseteq Y$ est dirigé), $I\sigma\sigma t(\sqcup X)(x')$ est égal à:

$$Ittt(f(\sqcup X_0)(y))(f(\sqcup X_1)(z))$$

Puisque f et f' sont continues, cela est égal à:

$$Ittt(\sqcup\{f(x_0)(y) \mid x_0 \in X_0\})(\sqcup\{f(x_1)(z) \mid x_1 \in X_1\})$$

Puisque $Ittt$ est continue, cela est exactement:

$$\sqcup\{Ittt(f(x_0)(y))(f'(x_1)(z)) \mid x_0 \in X_0 \text{ et } x_1 \in X_1\}$$

Or cela est précisément égal à: $\sqcup\{I\sigma\sigma t(x)(x') \mid x \in X\}$. Le reste de la preuve (pour les cas plus complexes de $Y \chi Z$) repose sur l'hypothèse d'induction.□

Preuve de la proposition 5.4.

Nous allons démontrer que pour chaque $\alpha \in T$ et chaque terme B de type α, $V_a(B) \in [I \to D_\alpha]$. Une fois cela fait un examen attentif des règles A.3.4 (i)-(viii) suffit pour établir que $S_a(B) \in D*_\alpha$. Nous procédons par induction sur la base des deux premiers cas.

(i) $B = c_\alpha$. Si $B \notin TS$, alors la proposition s'établit immédiatement pas la définition de l'assignation de base g. Si $B \in TS$, la proposition s'établit par les postulats P1 à P4, les propositions 5.2 et 5.3 et le fait que $g(B)$ est une fonction constante et cette fonction est évidemment continue.

(ii) $B = v_\alpha$. Par définition $V_a(B)$ est une fonction constante de I dans D_α et cette fonction est évidemment continue.

(iii) $B = [A_{\alpha\beta}B_\alpha]$. Supposons que $V_a(A_{\alpha\beta}) \in [I \to D_{\alpha\beta}]$ et $V_a(A_\alpha) \in [I \to D_\alpha]$. Donc:

$$V_a(B) = \lambda i \in I.(V_a(A_{\alpha\beta})(i))(V_a(A_\alpha)(i)).$$

Donc par la proposition 4.23, $V_a(B) \in [I \to D_\beta]$.

(iv) $B = {}^{\wedge}A_\alpha$. Supposons que $V_a(A_\alpha) \in [I \to D_\alpha]$. Donc $V_a(B)$ est la fonction constante de I qui assigne $V_a(A_\alpha)$ à chaque $i \in I$ et cette fonction est évidemment continue.

(v) $B = \theta A_\alpha$. Comme précédemment, sur la base de l'hypothèse que $S_a(A_\alpha) \in D_{*\alpha}$.

(vii) $B = \# A_{*\alpha}$. Supposons que $V_a(A_{*\alpha}) \in [I \to D_{*\alpha}]$ et soit $J \subseteq I$ dirigé. Donc $V_a(B)(\sqcup J) = \delta_{*\alpha}(V_a(A_{*\alpha})(\sqcup J)) = \delta_{*\alpha}(\sqcup\{V_a(A_{*\alpha})(i) \mid i \in J\})$ (car $V_a(A_{*\alpha})$ est continue) $= \sqcup\{\delta_{*\alpha}(V_a(A_{*\alpha})(i)) \mid i \in J\}$ (par la proposition 5.1) $= \sqcup\{V_a(B)(i) \mid i \in J\}$.

(vii) $B = {}^{\vee}A_{*\alpha}$. Supposons que $V_a(A_{*\alpha}) \in [I \to D_{*\alpha}]$ et soit $J \subseteq I$ dirigé. Donc $V_a(B)(\sqcup J) = \delta_{*\alpha}(V_a(A_{*\alpha})(\sqcup J))(\sqcup J) = \delta_{*\alpha}(\sqcup\{V_a(A_{*\alpha})(i) \mid i \in J\})(\sqcup J)$ (car $V_a(A_{*\alpha})$ est continue) $= \sqcup\{\delta_{*\alpha}(V_a(A_{*\alpha})(i)) \mid i \in J\}(\sqcup J)$ (par la proposition 5.1) $= \sqcup\{\delta_{*\alpha}(V_a(A_{*\alpha})(i))(\sqcup J) \mid i \in J\}$ (par les propositions 4.16 et 4.17) $= \sqcup\{\sqcup\{\delta_{*\alpha}(V_a(A_{*\alpha})(i))(i) \mid i \in J\} \mid i \in J\}$ (car $\delta_{*\alpha}(V_a(A_{*\alpha})(i))$ est continue) $= \sqcup\{\delta_{*\alpha}(V_a(A_{*\alpha})(i))(i) \mid i \in J\} = \sqcup\{V_a(B)(i) \mid i \in J\}$.

(viii) $B = \lambda v_\alpha . A_\beta$. Supposons que pour toute assignation *a*, $V_a(A_\beta) \in [I \to D_\beta]$ et soit $J \subseteq I$ dirigé. Donc $V_a(B)(\sqcup J) = \lambda x \in D_\alpha . V_{a[x/v\alpha]}(A_\beta)(\sqcup J) = \lambda x \in D_\alpha . \sqcup\{V_{a[x/v\alpha]}(A_\beta)(i) \mid i \in J\} = \sqcup\{\lambda x \in D_\alpha . V_{a[x/v\alpha]}(A_\beta)(i) \mid i \in J\} = \sqcup\{V_a(B)(i) \mid i \in J\}$.□

D. Construction des limites inverses.

Nous allons maintenant construire les limites inverses satisfaisant les équations A.3.1(i)-(iv), donc des domaines satisfaisant le système d´équations (3.15). Il existe plusieurs façons d´arriver au résultat souhaité. La base que nous donnons (définitions 5.5 et 5.6) n´en est qu´une parmi d´autres possibles.

5.5. **Définition.**

Soit U et I deux domaines (cpo) non-vides tels que:

U = ..., u, u´, u´´, ...   (individus)

$\perp$

I = ..., i, i´, i´´, ...   (mondes possibles)

$\perp$

Pour chaque $\alpha \in T$, nous définissons par induction sur $n \geq 0$ une suite infinie de domaines:

$$D^0_\alpha, D^1_\alpha, \ldots, D^n_\alpha, D^{n+1}_\alpha, \ldots$$

où pour chaque $n \in \omega$, D^n_α est le *domaine des entités possibles de type α de niveau n.* Pour la base nous définissons:

(i) $D^0_e = U$;

(ii) $D^0_t = Bool$;

(iii) $D^0_{\alpha\beta} = \{\perp\}$;

(iv) $D^0_{*\alpha} = \{\perp\}$.

Puis par induction sur $n \geq 0$ nous définissons:

(v) $D^{n+1}_e = D^n_e$;

(vi) $D^{n+1}_t = D^n_t$;

(vii) $D^{n+1}_{\alpha\beta} = [D^n_\alpha \to D^n_\beta]$

(viii) $D^{n+1}_{*\alpha} = \Sigma(\Gamma^n_\alpha)$, où pour chaque $\alpha \in T$, Γ^n_α est le plus petit ensemble de domaines récursivement défini comme suit:

(viii.a) $[I \to D^n_\alpha] \in \Gamma^n_\alpha$;

(viii.b) si $Y \in \Gamma^n_{\beta\alpha}$ et $Z \in \Gamma^n_\beta$, alors $Y \times Z \in \Gamma^n_\alpha$.

5.6. Définition.

Pour chaque $\alpha \in T$ et pour tout $n \in \omega$, nous définissons une projection $(f_{n,\alpha}, g_{n,\alpha})$ de D^{n+1}_α sur D^n_α. Pour les types e et t les définitions des projections sont évidentes:

$f_{n,e}(x) = x$ pour $x \in D_e^n$;

$g_{n,e}(x') = x'$ pour $x' \in D_e^{n+1}$;

$f_{n,t}(x) = x$ pour $x \in D_t^n$;

$g_{n,t}(x') = x'$ pour $x' \in D_t^{n+1}$.

Pour les autres types, les définitions des projections sont plus compliquées puisqu'il faut procéder induction sur $n \geq 0$. Pour la base nous définissons:

$f_{0,\alpha\beta}(\perp) = \perp D^1_{\alpha\beta}$;

$g_{0,\alpha\beta}(x') = \perp$ pour $x' \in D^1_{\alpha\beta}$;

$f_{0,*\alpha}(\perp) = \perp D^1_{*\alpha}$;

$g_{0,*\alpha}(x') = \perp$ pour $x' \in D^1_{*\alpha}$.

Puis, par induction sur $n \geq 0$, nous définissons les projections $(f_{n+1,\alpha\beta},\ g_{n+1,\alpha\beta})$ pour les types $\alpha\beta$ et les projections $(f_{n+1,*\alpha},\ g_{n+1,*\alpha})$ pour les types $*\alpha$.

$$f_{n+1,\alpha\beta}(x) = f_{n,\beta} \circ x \circ g_{n,\alpha} \qquad \text{pour } x \in D^{n+1}_{\alpha\beta};$$

$$g_{n+1,\alpha\beta}(x') = g_{n,\beta} \circ x' \circ f_{n,\alpha} \qquad \text{pour } x' \in D^{n+2}_{\alpha\beta}.$$

Pour $x \in D^{n+1}_{*\alpha}$:

$$f_{n+1,*\alpha}(x) = \begin{cases} \perp D^{n+2}_{*\alpha} & \text{si } x = \perp D^{n+1}_{*\alpha} \\ (f_{n,\alpha} \circ x) & \text{si } x \in [I \to D^n_\alpha] \\ [x]f_{n+1,*\alpha} & \text{autrement,} \end{cases}$$

où pour tout $x = \langle y, z\rangle \in Y \times Z$, où $Y \in \Gamma^n_{\beta\alpha}$ et $Z \in \Gamma^n_\beta$:

$$[x]f_{n+1,*\alpha} = \langle f_{n+1,*\langle\beta,\alpha\rangle}(y),\ f_{n+1,*\beta}(z)\rangle.$$

Pour $x' \in D^{n+2}_{*\alpha}$:

$$g_{n+1,*\alpha}(x') = \begin{cases} \perp D^{n+1}_{*\alpha} \text{ si } x' = \perp D^{n+2}_{*\alpha} \\ (g_{n,\alpha} \circ x') \text{ si } x' \in [I \to D^{n+1}_{*\alpha}] \\ [x']g_{n+1,*\alpha} \text{ autrement,} \end{cases}$$

où pour tout $x' = \langle y', z'\rangle \in Y \times Z$, où $Y \in \Gamma^{n+1}_{\beta\alpha}$ et $Z \in \Gamma^{n+1}_{\beta}$:

$$[x]g_{n+1,*\alpha} = \langle g_{n+1,*\langle\beta,\alpha\rangle}(y'),\ g_{n+1,*\beta}(z')\rangle.$$

5.7. Proposition.

Pour tout $\alpha \in T$, $(f_{0,\alpha}, g_{0,\alpha})$ est une projection de D^1_α sur D^0_α.

Preuve. Obvie pour les types e et t. Restent les types $\alpha\beta$ et $*\alpha$. Occupons-nous d'abord des types $\alpha\beta$. D'une part, $f_{0,\alpha\beta}$ et $g_{0,\alpha\beta}$ sont continues. En effet, le seul sous-ensemble dirigé de $D^0_{\alpha\beta}$ est $D^0_{\alpha\beta}$ lui-même, c'est-à-dire $\{\perp\}$. Or $\sqcup\{\perp\} = \perp$, $f_{0,\alpha\beta}(\perp) = \perp D^1_{\alpha\beta}$ et $\sqcup\{\perp D^1_{\alpha\beta}\} = \perp D^1_{\alpha\beta}$. Donc $f_{0,\alpha\beta}(\sqcup\{\perp\}) = \sqcup\{f_{0,\alpha\beta}(\perp)\}$. Inversement, puisque pour tout $x' \in D^1_{\alpha\beta}$, $g_{0,\alpha\beta}(x) = \perp$, nous avons pour tout $X' \subseteq D^1_{\alpha\beta}$ dirigé: $g_{0,\alpha\beta}(\sqcup X') = g_{0,\alpha\beta}(\perp) = \sqcup\{g_{0,\alpha\beta}(x') \mid x' \in X\}$. En outre, $g_{0,\alpha\beta}(f_{0,\alpha\beta}(\perp)) = g_{0,\alpha\beta}(\perp D^1_{\alpha\beta}) = \perp$ et $f_{0,\alpha\beta}(g_{0,\alpha\beta}(x')) = f_{0,\alpha\beta}(\perp) = \perp D^1_{\alpha\beta} \sqsubseteq x'$ pour tout $x' \in D^1_{\alpha\beta}$. Donc $(f_{0,\alpha\beta}, g_{0,\alpha\beta})$ est une projection de $D^1_{\alpha\beta}$ sur $D^0_{\alpha\beta}$. Enfin on peut vérifier de la même façon que $(f_{0,*\alpha}, g_{0,*\alpha})$ est une projection de $D^1_{*\alpha}$ sur $D^0_{*\alpha}$.

5.8. Proposition.

Pout tout $\alpha \in T$, si pour un $n \in \omega$, $(f_{n,\alpha}, g_{n,\alpha})$ est une projection de D^{n+1}_{α} sur D^{n}_{α}, alors $(f_{n+1,\alpha}, g_{n+1,\alpha})$ est une projection de D^{n+2}_{α} sur D^{n+1}_{α}.

Preuve. Obvie pour les types e et t. Restent les types $\alpha\beta$ et les type $*\alpha$. Pour les types $\alpha\beta$ la preuve est standard (similaire à celle de la proposition 4.30). Restent les types $*\alpha$. En vertu de la structure des $D^{n+1}_{*\alpha}$ et celle des $D^{n+2}_{*\alpha}$, il est nécessaire et suffisant de vérifier la propriété de projection relativement à trois cas pour les $X \subseteq D^{n+1}_{*\alpha}$ et $X' \subseteq D^{n+2}_{*\alpha}$ dirigés et les $x \in D^{n+1}_{*\alpha}$ et $x' \in D^{n+2}_{*\alpha}$. *Cas 1*: $X = \{\perp D^{n+1}_{*\alpha}\}$, $X' = \{\perp D^{n+2}_{*\alpha}\}$, $x = \perp D^{n+1}_{*\alpha}$ et $x' = \perp D^{n+2}_{*\alpha}$. *Cas 2*: $X \subseteq [I \to D^{n}_{\alpha}]$, $X' \subseteq [I \to D^{n+1}_{*\alpha}]$, $x \in [I \to D^{n}_{\alpha}]$ et $x' \in [I \to D^{n+1}_{*\alpha}]$. *Cas 3*: pour $Y \in \Gamma^{n}_{\beta}\alpha$, $Z \in \Gamma^{n}_{\beta}$, $Y' \in \Gamma^{n+1}_{\beta}$ et $Z' \in \Gamma^{n+1}_{\beta}$, $X \subseteq Y \times Z$, $X' \subseteq Y' \times Z'$, $x = \langle y, z\rangle \in Y \times Z$ et $x' = \langle y', z'\rangle \in Y' \times Z'$.

Cas 1. $f_{n+1,*\alpha}(\sqcup X) = f_{n+1,*\alpha}(x) = x' = \sqcup\{x'\} = \sqcup\{f_{n+1,*\alpha}(x) \mid x \in X\}$. $g_{n+1,*\alpha}(\sqcup X') = g_{n+1,*\alpha}(x') = x = \sqcup\{x\} = \sqcup\{g_{n+1,*\alpha}(x') \mid x' \in X'\}$. En outre, $g_{n+1,*\alpha}(f_{n+1,*\alpha}(x)) = g_{n+1,*\alpha}(x') = x$ et $f_{n+1,*\alpha}(g_{n+1,*\alpha}(x')) = f_{n+1,*\alpha}(x) = x'$.

Cas 2. $f_{n+1,*\alpha}(\sqcup X) = \lambda i \in I.f_{n,\alpha}(\sqcup X(i)) =$
$\lambda i \in I.f_{n,\alpha}(\sqcup\{x(i) \mid x \in X\})$ (proposition 4.18) $=$
$\lambda i \in I.\sqcup\{f_{n,\alpha}(x(i)) \mid x \in X\}$ (car $f_{n,\alpha}$ est continue) $=$
$\sqcup\{\lambda i \in I.f_{n,\alpha}(x(i)) \mid x \in X\} = \sqcup\{f_{n+1,*\alpha}(x) \mid x \in X\}$. On vérifie d'une façon similaire que $g_{n+1,*\alpha}$ est continue

dans X'. En outre, $g_{n+1,*\alpha}(f_{n+1,*\alpha}(x)) =$ $(g_{n,\alpha} \circ f_{n,\alpha} \circ x) = (IdD_{\alpha}^{n} \circ x) = x$ et $f_{n+1,*\alpha}(g_{n+1,*\alpha}(x'))$ $= (f_{n,\alpha} \circ g_{n,\alpha} \circ x') \sqsubseteq x'$, car $(f_{n,\alpha} \circ g_{n,\alpha}) \sqsubseteq IdD_{*\alpha}^{n+1}$, ce qui signifie que pour tout $i \in I$, $(IdD_{*\alpha}^{n+1} \circ x')(i) \sqsubseteq x'(i)$.

Cas 3. Soit $p:Y \rightarrow Y'$ la fonction $f_{n+1,*<\beta,\alpha>}$ restreinte à Y, $q:Z \rightarrow Z'$ la fonction $f_{n+1,*\beta}$ restreinte à Z, $p':Y' \rightarrow Y$ la fonction $g_{n+1,*<\beta,\alpha>}$ restreinte à Y' et $q':Z' \rightarrow Z$ la fonction $g_{n+1,*\beta}$ restreinte Z'. En outre, soit $f: Y \times Z \rightarrow Y' \times Z'$ et $f':Y' \times Z' \rightarrow Y \times Z$ les fonctions définies par les équations

$$f(<y, z>) = <p(y), q(z)>$$

$$f'(<y', z'>) = <p'(y'), q'(z')>$$

Donc, si p, q, p' et q' sont continues et $p'(p(y)) = y$, $q'(q(z)) = z$, $p(p'(y')) \sqsubseteq y'$ et $q(q'(z')) \sqsubseteq z'$, alors f et f' sont continues (par la proposition 4.24) et pour $x =$ $<y, z> \in Y \times Z$ et $x' = <y', z'> \in Y' \times Z'$, $f'(f(x)) = x$ et $f(f'(x')) \sqsubseteq x'$. Or, f est précisément $f_{n+1,*\alpha}$ restreinte à $Y \times Z$ et f' est précisément $g_{n+1,*\alpha}$ restreinte à $Y' \times Z'$. Ce résultat, la preuve pour le cas 2 et l'hypothèse d'induction complètent la preuve.□

5.9. Proposition.

Pout tout $\alpha \in T$ et pour tout $n \in \omega$, $(f_{n,\alpha}, g_{n,\alpha})$ est une projection de D_{α}^{n+1} sur D_{α}^{n}.

Preuve. Par les propositions 5.7 et 5.8 et l'hypothèse d'induction.□

5.10. **Définition.**

Nous définissons d'une façon standard la limite inverse de chaque système $(D^n_\alpha, g_{n,\alpha})$:

$$D^\infty_\alpha = \{\langle x_n\rangle^\bullet_{n=0} \mid x_n \in D^n_\alpha \text{ et } g_{n,\alpha}(x_{n+1}) = x_n\}.$$

L'ordre dans chaque D^∞_α est définie de la façon habituelle: pour $x, y \in D^\infty_\alpha$, $x \sqsubseteq y$ si et seulement si pour tout $n \in \omega$, $x_n \sqsubseteq y_n$. Sous cette relation, D^∞_α est un cpo dont l'élément fondamental est $\langle \perp D^n_\alpha\rangle^\bullet_{n=0}$.

5.11. **Définition.**

Nous généralisons également d'une façon standard les définitions des projections entre les domaines. Pour tout $n, m \in \omega$:

(i) $f_{nm,\alpha}:D^n_\alpha \to D^m_\alpha$ est définie par

$$f_{nm,\alpha}(x) = \begin{cases} (f_{m-1,\alpha} \circ \ldots \circ f_{n,\alpha})(x) & \text{si } n < m \\ x & \text{si } n = m \\ (g_{m,\alpha} \circ \ldots \circ g_{n-1,\alpha})(x) & \text{si } n > m \end{cases}$$

(ii) $f_{n\infty,\alpha}:D^n_\alpha \to D^\infty_\alpha$ est définie par

$$f_{n\infty,\alpha}(x) = \langle f_{nm,\alpha}(x)\rangle^\bullet_{m=0}$$

(iii) $f_{\infty n,\alpha}:D^\infty_\alpha \to D^n_\alpha$ est définie par $f_{\infty n,\alpha}(x) = x_n$.

5.12. **Proposition.**

Pour tout $\alpha \in T$ et pour chaque m tel que $0 \le n \le m \le \infty$, $(f_{nm,\alpha}, f_{mn,\alpha})$ est une projection de D^m_α sur D^n_α. Par conséquent on peut considérer que pour chaque $\alpha \in T$: $D^0_\alpha \subseteq D^1_\alpha \subseteq \ldots \subseteq D^\infty_\alpha$.

Preuve. Standard (similaire à celle de la proposition 4.34).□

5.13. Proposition.

Pour tout $\alpha \in T$, tout $x \in D_\alpha^\infty$ et tout $m \in \omega$:

$$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n\infty,\alpha}(x_n) = x.$$

Preuve. Standard (similaire à celle de la proposition 4.36).□

Notons que pour $\alpha \in \{e, t\}$:

$$D_\alpha^\infty = \{\langle x_n \rangle_{n=0}^{\infty} \mid x_{n+1} = x_n\}.$$

On peut donc immédiatement identifier D_α^∞ avec D_α^0 et ainsi considérer que $D_e^\infty = U$ et $D_t^\infty = Bool$.

5.14. Définition.

Soit pour chaque $\alpha \in T$ le domaine D_α récursivement défini comme suit:

(i) $D_e = U$;

(ii) $D_t = Bool$;

(iii) $D_{\alpha\beta} = [D_\alpha^\infty \rightarrow D_\beta^\infty]$;

(iv) $D_{*\alpha} = \Sigma(\Gamma_\alpha^\infty)$, où pour tout $\alpha \in T$, Γ_α^∞ est le plus petit ensemble de domaines récursivement défini comme suit:

(iv.a) $[I \rightarrow D_\alpha^\infty] \in \Gamma_\alpha^\infty$;

(iv.b) si $Y \in \Gamma_{\beta\alpha}^\infty$ et $Z \in \Gamma_\beta^\infty$, alors $Y \times Z \in \Gamma_\alpha^\infty$.

Pour chaque type $\alpha \in T$, nous définissons récursivement les fonctions $f_{\infty,\alpha}:D_\alpha^\infty \to D_\alpha$ et $g_{\infty,\alpha}:D_\alpha \to D_\alpha^\infty$ de la façon suivante:

(i) Pour $x \in D_e^\infty$ et $x' \in D_e$: $f_{\infty,e}(x) = x$ et $g_{\infty,e}(x') = x'$.

(ii) Pour $x \in D_t^\infty$ et $x' \in D_t$: $f_{\infty,t}(x) = x$ et $g_{\infty,t}(x') = x'$.

(iii) Pour $x \in D_{\alpha\beta}^\infty$ et $x' \in D_{\alpha\beta}$:

$$f_{\infty,\alpha\beta}(x) = \bigsqcup_{n=0}^{\infty}(f_{n\infty,\beta} \circ f_{\infty n+1,\alpha\beta}(x) \circ f_{\infty n,\alpha})$$

$$g_{\infty,\alpha\beta}(x') = \bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,\alpha\beta}(f_{\infty n,\beta} \circ x' \circ f_{n\infty,\alpha}).$$

(iv) Pour $x \in D_{*\alpha}^\infty$ et $x' \in D_{*\alpha}$:

$$f_{\infty,*\alpha}(x) = \begin{cases} \bigsqcup_{n=0}^{\infty}(f_{n\infty,\alpha} \circ f_{\infty n+1,*\alpha}(x)) & \text{si } f_{\infty 1,*\alpha}(x) \in [I \to D_\alpha^0] \\ \perp D_{*\alpha} & \text{si } x = \perp D_{*\alpha}^\infty = \langle \perp D_{*\alpha}^n \rangle_{n=0}^{\infty} \\ \bigsqcup_{n=0}^{\infty}[[f_{\infty n+1,*\alpha}(x)]f_{n+1\infty}]f_\infty & \text{autrement,} \end{cases}$$

où pour tout $x \in D_{*\alpha}^\infty$ tel que pour tout $n \geq 0$, $f_{\infty n+1,*\alpha}(x) = \langle y, z\rangle \in Y \times Z$, où $Y \in \Gamma_{\beta\alpha}^n$ et $Z \in \Gamma_\beta^n$, $[f_{\infty n+1,*\alpha}(x)]f_{n+1\infty}]f_\infty$ est égal à:

$$\langle f_{\infty,*\langle\beta,\alpha\rangle}(f_{n+1\infty,*\langle\beta,\alpha\rangle}(y)),\ f_{\infty,*\beta}(f_{n+1\infty,*\beta}(z))\rangle$$

$$g_{\infty,*\alpha}(x') = \begin{cases} \bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}(f_{\infty n,\alpha} \circ x') & \text{si } x' \in [I \to D_\alpha^\infty] \\ \perp D_{*\alpha}^\infty & \text{si } x' = \perp D_{*\alpha} \\ \bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}([[x']g_\infty]f_{\infty n+1}) & \text{autrement,} \end{cases}$$

où pour tout $x' \in D_{*\alpha}$ tel que $x' = \langle y', z'\rangle \in Y \times Z$ où $Y \in \Gamma_{\beta\alpha}^\infty$ et $Z \in \Gamma_\beta^\infty$, $[[x']g_\infty]f_{\infty n+1}$ est égal à:

$$\langle f_{\infty n+1,*\langle\beta,\alpha\rangle}(g_{\infty,*\langle\beta,\alpha\rangle}(y')),\ f_{\infty n+1,*\beta}(g_{\infty,*\beta}(y'))\rangle.$$

5.15. Proposition.

Pour chaque $\alpha \in T$, les domaines D_α^∞ et $D\alpha$ sont isomorphes; les isomorphismes sont les fonctions $f_{\infty,\alpha}:D_\alpha^\infty \to D\alpha$ et $g_{\infty,\alpha}:D\alpha \to D_\alpha^\infty$, l´une étant l´inverse de l´autre. Nous pouvons donc considérer que:

(i) $D_e^\infty = U$;

(ii) $D_t^\infty = Bool$;

(iii) $D_{\alpha\beta}^\infty = [D_\alpha^\infty \to D_\beta^\infty]$;

(iv) $D_{*\alpha}^\infty = \Sigma(\Gamma_\alpha^\infty)$, où pour tout $\alpha \in T$, Γ_α^∞ est le plus petit ensemble de domaines récursivement défini comme suit:

(iv.a) $[I \to D_\alpha^\infty] \in \Gamma_\alpha^\infty$;

(iv.b) si $Y \in \Gamma_{\beta\alpha}^\infty$ et $Z \in \Gamma_\beta^\infty$, alors $Y \times Z \in \Gamma_\alpha^\infty$.

Preuve. Obvie pour les types e et t. Pour les types $\alpha\beta$, la preuve est sur le modèle de celle de la proposition 4.37. Restent les types $*\alpha$. Un bref examen des formules qui définissent les fonctions $f_{\infty,*\alpha}:D_{*\alpha}^\infty \to D*\alpha$ et $g_{\infty,\alpha}:D*\alpha \to D_{*\alpha}^\infty$ suffit pour se rendre compte que ces formules sont les généralisation à la limite des formules qui définissent les projections $(f_{n,*\alpha}, g_{n,*\alpha})$ pour tous les $n \geq 1$. On peut donc en toute sécurité considérer que $f_{\infty,*\alpha}$ et $g_{\infty,*\alpha}$ sont continues et même que $(f_{\infty,*\alpha}, g_{\infty,*\alpha})$ forme une projection de $D*\alpha$ sur $D_{*\alpha}^\infty$. En fait, on peut vérifier que pour tout $x \in D_{*\alpha}^\infty$ et $x' \in D*\alpha$,

$g_{\infty,*\alpha}(f_{\infty,*\alpha}(x)) = x$ et $f_{\infty,*\alpha}(g_{\infty,*\alpha}(x')) = x'$. Vérifions cela dans le détail.

D'abord, il est évident que $g_{\infty,*\alpha}(f_{\infty,*\alpha}(\perp D^{\infty}_{*\alpha})) = \perp D^{\infty}_{*\alpha}$ et $f_{\infty,*\alpha}(g_{\infty,*\alpha}(\perp D_{*\alpha})) = \perp D_{*\alpha}$. Pour les autres cas x et x', on peut vérifier que dans les formules définissant $f_{\infty,*\alpha}(x)$ et $g_{\infty,*\alpha}(x')$, les supremums opèrent sur des suites monotones croissantes. La continuité de $f_{\infty,*\alpha}$ et celle de $g_{\infty,*\alpha}$ nous permettent donc d'évaluer $g_{\infty,*\alpha}(f_{\infty,*\alpha}(x))$ et $f_{\infty,*\alpha}(f_{\infty,*\alpha}(x'))$ en éliminant le supremum interne. Vérifions d'abord la propriété pour $x \in D^{\infty}_{*\alpha}$ tel que $f_{\infty 1,*\alpha}(x) \in [I \to D^{0}_{\alpha}]$ et $x' \in D_{*\alpha}$ tel que $x' \in [I \to D^{\infty}_{\alpha}]$. Nous avons:

$g_{\infty,*\alpha}(f_{\infty,*\alpha}(x)) =$

$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}(f_{\infty n,\alpha} \circ (f_{n\infty,\alpha} \circ f_{\infty n+1,*\alpha}(x))) =$

$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}(f_{\infty n,\alpha} \circ f_{n\infty,\alpha} \circ f_{\infty n+1,*\alpha}(x)) =$

$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}(IdD^{n}_{\alpha} \circ f_{\infty n+1,*\alpha}(x)) =$

$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}(f_{\infty n+1,*\alpha}(x)) = x$ (proposition 5.13).

$f_{\infty,*\alpha}(g_{\infty,*\alpha}(x')) =$

$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} (f_{n\infty,\alpha} \circ f_{\infty n+1,*\alpha}(f_{n+1\infty,*\alpha}(f_{\infty n,\alpha} \circ x'))) =$

$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} (f_{n\infty,\alpha} \circ IdD^{n+1}_{*\alpha}(f_{\infty n,\alpha} \circ x')) =$

$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} (f_{n\infty,\alpha} \circ f_{\infty n,\alpha} \circ x') =$

$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} (f_{n\infty,\alpha} \circ f_{\infty n,\alpha}) \circ x' = x'$ (proposition 5.13).

Cela termine la preuve de base. Maintenant, soit $x \in D^{\infty}_{*\alpha}$ tel que pour tout $n \in \omega$, $f_{\infty n+1,*\alpha}(x) = \langle y, z\rangle \in Y \times Z$, où $Y \in \Gamma^{\infty}_{\beta\alpha}$ et $Z \in \Gamma^{\infty}_{\beta}$. Convenons que $\sigma = *\langle\beta,\alpha\rangle$ et supposons que pour tout $n \in \omega$:

$$g_{\infty,\sigma}(f_{\infty,\sigma}(f_{n+1\infty,\sigma}(y))) = f_{n+1\infty,\sigma}(y)$$

$$g_{\infty,*\beta}(f_{\infty,*\beta}(f_{n+1\infty,*\beta}(z))) = f_{n+1\infty,*\beta}(z)$$

Donc, $g_{\infty,*\alpha}(f_{\infty,*\alpha}(x))$ est égal à:

$$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}([[f_{\infty}(x)]g_{\infty}]f_{\infty n+1}) =$$

$$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}([[[[f_{\infty n+1,*\alpha}(x)]f_{n+1\infty}]f_{\infty}]g_{\infty}]f_{\infty n+1}) =$$

$$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}([[\langle f_{\infty,\sigma}(f_{n+1\infty,\sigma}(y)), \ldots\rangle]g_{\infty}]f_{\infty n+1}) =$$

$$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}(\langle f_{\infty n+1,\sigma}(g_{\infty,\sigma}(f_{\infty,\sigma}(f_{n+1\infty,\sigma}(y)))), \ldots\rangle) =$$

$$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}(\langle y, z\rangle) =$$

$$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f_{n+1\infty,*\alpha}(f_{\infty n+1,*\alpha}(x)) = x.$$

Ce résultat, le résultat de la preuve de base et l'hypothèse d'induction étalissent cette partie de la proposition.

D'autre part, soit $x' \in D_{*\alpha}$ tel que $x' = \langle y', z'\rangle \in Y \times Z$ où $Y \in \Gamma^{\infty}_{\beta\alpha}$ et $Z \in \Gamma^{\infty}_{\beta}$. Comme tantôt, nous convenons que $\sigma = *\langle\beta,\alpha\rangle$. Faisons en outre l'hypothèse que $f_{\infty,\sigma}(g_{\infty,\sigma}(y')) = y'$ et $f_{\infty,*\beta}(g_{\infty,*\beta}(z')) = z'$. Donc $g_{\infty,*\alpha}(f_{\infty,*\alpha}(x'))$ est égal à:

$\bigsqcup_{n=0}^{\bullet}[[f_{\infty n+1},*\alpha(g_\infty(x'))]f_{n+1\infty}]f_\infty$ =

$\bigsqcup_{n=0}^{\bullet}[[f_{\infty n+1},*\alpha(f_{n+1\infty},*\alpha([[x']g_\infty]f_{\infty n+1}))]f_{n+1\infty}]f_\infty$ =

$\bigsqcup_{n=0}^{\bullet}[[[[x']g_\infty]f_{\infty n+1}]f_{n+1\infty}]f_\infty$ =

$\bigsqcup_{n=0}^{\bullet}[[\langle f_{\infty n+1},\sigma(g_\infty,\sigma(y')), \ldots\rangle]f_{n+1\infty}]f_\infty$ =

$\bigsqcup_{n=0}^{\bullet}\langle f_\infty,\sigma(f_{n+1\infty},\sigma(f_{\infty n+1},\sigma(g_\infty,\sigma(y')))), \ldots\rangle$ =

$\langle\bigsqcup_{n=0}^{\bullet}f_\infty,\sigma(f_{n+1\infty},\sigma(f_{\infty n+1},\sigma(g_\infty,\sigma(y')))), \bigsqcup_{n=0}^{\bullet}\ldots\rangle$ =

$\langle(f_\infty,\sigma \circ \bigsqcup_{n=0}^{\bullet}(f_{n+1\infty},\sigma \circ f_{\infty n+1},\sigma) \circ g_\infty,\sigma)(y'), \ldots\rangle$ =

$\langle y', z'\rangle = x'$.

La dernière ligne se justifie par la proposition 5.13. Ce résultat, le résultat de la preuve de base et l'hypothèse d'induction établissent cette partie de la proposition. Cela complète la preuve.□

5.16 Définition.

Soit $x \in D^\infty_{\alpha\beta}$ et $y \in D^\infty_\alpha$. Nous définissons l'application $x(y) \in D^\infty_\beta$ comme suit:

$$x(y) =_{df} f_{\infty,\alpha\beta}(x)(y).$$

5.17. Définition.

Soit $x' \in [I \rightarrow D^\infty_{\alpha\beta}]$ et $y' \in [I \rightarrow D^\infty_\alpha]$. Donc $x' \in D*_{\langle\alpha,\beta\rangle}$ et $y' \in D*_\alpha$. Sur la base de la définition 5.16, l'intension dans $[I \rightarrow D^\infty_\beta]$ (donc dans $D*_\beta$), obtenue par composition à partir de x´ et y´, est classiquement définie comme la fonction:

$$\lambda i \in I.\ x'(i)(y'(i)).$$

Donc, $g_{\infty,*\beta}(\lambda i \in I.\ x'(i)(y'(i))) \in D^{\infty}_{*\beta}$.

5.18. Définition.

Soit $x' \in D_{\alpha\beta}$ (= $[D^{\infty}_{\alpha} \to D^{\infty}_{\beta}]$) et $y' \in D_{\alpha}$. Nous définissons l´application $x'(y') \in D_{\beta}$ comme suit:

$$x'(y') =_{df} (f_{\infty,\beta} \circ x' \circ g_{\infty,\alpha})(y').$$

Sur la base des définitions 5.16, 5.17 et 5.18, les règles sémantiques de LH (A.3.4(i)-(viii)) peuvent être réinterprétées de façon routinière dans le but d´obtenir des résultats dans les limites inverses D^{∞}_{α} ou dans les domaines D_{α}.

Notons que nous pourrions construire d´une façon similaire les limites inverses satisfaisant le système d´équations formé par les équations (3.3) et (3.4). Toutefois, la résolution de ce système requiert la définition de deux groupes de limites inverses, à savoir le groupe des limites inverses D^{∞}_{σ} et celui des limites inverses A^{∞}_{σ}.

Si LH permet d´éviter le problème de l´échec du PSELAP, et même plus généralement, le problème de l´échec de la substitution d´*expressions complexes* différentes mais de même intension, il ne peut éviter le problème de l´échec du PSIIAP. Nous sommes maintenant en mesure d´aborder le problème de l´échec du PSIIAP. Dans le prochain chapitre, nous allons discuter de quelques stratégies pour traiter ce problème.

CHAPITRE VI

LE PROBLEME DES ITEMS LEXICAUX

Ce chapitre, qui est divisé en quatre sections, porte spécifiquement sur le problème de l´échec du PSIIAP. Dans la première section, nous discutons brièvement d´une stratégie, celle de la *décomposition lexicale*, pour traiter le problème de l´échec du PSIIAP dans la perspective de l´analyse hyperintensionnelle. Nous concluons que cette stratégie est au mieux applicable à un nombre très restreint de cas et donc qu´elle ne saurait inspirer un traitement formel intéressant de l´échec du PSIIAP. Dans la deuxième section, nous présentons et justifions une deuxième stratégie, à savoir, la stratégie *quasi citationnelle*. C´est cette stratégie que nous appliquons pour traiter le problème qui nous préoccupe. Cette application prend la forme du système LH^+ (comme extension du système LH), que nous présentons dans la troisième section. Afin dans la quatrième et dernière section, nous discutons d´une troisième stratégie, à savoir, celle de l´*idiosyncrasie*. Nos considérations portent surtout sur un traitement formel particulier inspiré de cette stratégie, qu´est la la sémantique des *interprétations partielles*. Nous tentons de faire ressortir l´intérêt théorique de cette sémantique, puis, nous expliquons succintement le problème que nous avons rencontré au cours de notre tentative, en vue de traiter le problème de l´échec du PSIIAP, d´intégrer dans le cadre de LH certains éléments de cette sémantique.

A. La stratégie de la décomposition lexicale.

Il devrait être clair que si Φ et Φ' sont deux énoncés quelconques qui diffèrent au plus par des composants lexicaux de même intension, alors Φ et Φ' expriment non seulement la même proposition mais ont aussi la même structure intensionnelle. Cette conséquence découle simplement du fait que par définition, tout item lexical est une expression qui n´est pas syntaxiquement analysable en termes d´expressions plus élémentaires et donc que sa structure intensionnelle coïncide avec son intension. Il s´ensuit que du point de vue de l´analyse hyperintensionnelle des énoncés d´AP, le PSIIAP demeure un principe valide. En particulier, dans le cadre de LH, non seulement la forme d´inférences (2.8) du chapitre 2 est valide, mais la forme suivante l´est aussi (rappelons que At(c´) est une formule qui diffère au plus de At(c) en contenant la constante c´ - du même type de que c- partout où At(c) contient c):

(6.1) $[\mathrm{Bel}\theta\mathrm{At}(c)]d$

$c \equiv c'$

$[\mathrm{Bel}\theta\mathrm{At}(c')]d$

Evidemment, on pourrait supposer que les items lexicaux, ou du moins certains d´entre eux, sont *sémantiquement* analysables en termes d´autres expressions.

C'est ce que l'on appel, en linguistique, la *décomposition lexicale*. Celle-ci est systématiquement appliquée dans les dictionnaires. En principe, un bon dictionnaire fournit, pour chaque item lexical, la définition de celui-ci et cette définition constitue sa décomposition lexicale. Max Cresswell soutient que dans certains domaines, dont en particulier le domaine des mathématiques, la décomposition lexicale est un bon moyen de rendre compte de l'échec du PSIIAP[1]. L'exemple discuté par Cresswell concerne les termes «inductif» et «fini». Ces termes s'appliquent aux ensembles. Un ensemble est *inductif* si et seulement s'il existe une correspondance biunivoque entre lui et un segment initial de la suite des nombres naturels. Un ensemble est *fini* si et seulement s'il n'existe pas de correspondance biunivoque entre lui et un de ses sous-ensembles stricts. Or il est démontré (avec l'aide de l'axiome du choix!) que tout ensemble inductif est fini et que tout ensemble fini est inductif. Donc, «inductif» et «fini» ont la même extension dans tous les mondes possibles. Donc, ces deux termes ont la même intension. Cependant leurs définitions respectives sont différentes. Il s'ensuit qu'il est possible de tenir (6.2) pour vrai tout en hésitant à tenir (6.3) pour vrai:

---

[1] Max Cresswell, 1985, chapitre 9, pp.81-82.

(6.2) Pierre sait que l´ensemble des nombres premiers n´est pas inductif.

(6.3) Pierre sait que l´ensemble des nombres premiers n´est pas fini.

Selon Cresswell, si quelqu´un hésite à tenir (6.3) pour vrai tout en tenant (6.2) pour vrai, c´est probablement parce que celui-ci interprète les termes «inductif» et «fini» selon leurs définitions respectives. Or en substituant ces définitions aux termes «inductif» et «fini», on s´aperçoit que (6.2) et (6.3) ont des structures intensionnelles différentes.

Cependant nous pensons, avec Cresswell, que la décomposition lexicale s´applique seulement à des termes qui sont introduits par des définitions standards rigoureuses et qui ne peuvent pas être compris autrement que pas ces définitions. Donc nous pensons que la décomposition lexicale est au mieux applicable à des termes techniques qui appartiennent à des langages hautement spécialisés. Pour les termes ordinaires des langues naturelles, c´est une autre histoire. Plusieurs termes des langues naturelles ne sont pas appris au moyen d´une définition, mais plutôt par ostension puis par induction. En outre, il existe dans les langues naturelles, voire même dans les langages spécialisés, des termes distincts qui ont la même décomposition lexicale; «astéroïde» et «planétoïde» en sont des exemples. Du moins, certains dictionnaires leur donnent pratiquement la même définition: «petite planète orbitant entre Mars et Jupiter».

Il existe cependant d'autres stratégies pour un traitement de l'échec du PSIIAP. Nous attention se portera sur deux grandes stratégies. La première, que nous appelons *stratégie quasi citationnelle*, est parfaitement compatible avec l'analyse hyperintensionnelle en général. Comme nous le montrons dans la section C, cette stratégie peut facilement s'intégrer dans le cadre conceptuel de LH. La seconde stratégie, que nous appelons *stratégie de l'idiosyncrasie*, n'est pas fondamentalement incompatible avec la stratégie quasi citationnelle, mais ses applications formelles existantes sont encore imparfaites. Voyons d'abord la première stratégie.

B. La stratégie quasi citationnelle.

La stratégie quasi citationnelle est simple. Elle est basée sur l'idée que parfois, les verbes d'AP sont non seulement sensibles aux significations des expressions qui composent les énoncés mais aussi aux expressions linguistiques elles-mêmes. Il s'agit alors de traiter formellement les verbes d´AP comme des expressions qui dénotent des fonctions pouvant prendre à la fois les significations des constituants des énoncés et ces constituants eux-mêmes. L´idée qui est la base de cette stratégie a été suggérée, il y a longtemps déjà, par Hilary Putnam[2], et ce pour traiter spécifiquement le problème de Mates. Intuitivement, cette idée se défend assez bien. Considérons par exemple l´inférence (2.9)-(2.10) du chapitre 2. Si l´on considère que les termes «astéroïde» et «planétoïde» sont parfaitement synonymes, alors d´un point de vue strictement sémantique, cette inférence est valide. Néanmoins, on peut aussi la tenir pour invalide en arguant que le sujet de cette inférence, nommément Pierre, peut ignorer que les termes «astéroïde» et «planétoïde» sont synonymes donc que celui-ci pourrait refuser de cautionner le passage de (2.9) à (2.10).

Dans le chapitre 2, nous avons soutenu que les verbes d´AP, à la différence des modalités aléthiques et temporelles, sont en général sensibles aux valeurs cognitives des énoncés. Qu´est-ce que la valeur cognitive d´un énoncé? Intuitivement, la valeur cognitive d´un énoncé Φ est l´information exrprimée par Φ qui nous renseigne sur ce qui est le cas, si Φ est vrai. Mais notre précédente considération à propos de l´inférence

---

[2] Hilary Putnam, 1954.

(2.9)-(2.10) implique que pour une personne qui ignore que les termes «astéroïde» et «planétoïde» sont synonymes, les énoncés (6.4) et (6.5) ci-dessous peuvent avoir des valeurs cognitives différentes:

(6.4) Tous les astéroïdes sont des astéroïdes.

(6.5) Tous les astéroïdes sont des planétoïdes.

Or on ne peut pas d´une façon cohérente considérer à la fois que les termes «astéroïde» et «planétoïde» sont synonymes et que (6.4) et (6.5) n´ont pas la même signification. Donc, s´il est possible de voir une différence entre les valeurs cognitives de (6.4) et (6.5) quand bien même ces deux énoncés ont strictement la même signification, cela est dû vraisemblablement à une différence entre les termes «astéroïde» et «planétoïde».

Si notre théorie de la synonymie lexicale inclut celle de la désignation rigide, alors une conclusion analogue peut aussi être tirée pour les énoncés suivants:

(6.6) Hesperus est identique à Hesperus.

(6.7) Hesperus est identique à Phosphorus.

Si «Hesperus» et «Phosphorus» sont des désignateurs rigides, alors ces noms, étant codésignatifs, ont la même intension et par conséquent (6.6) et (6.7) exprime exactement la même proposition. Ainsi, pour certains philosophes, dont notamment Tye[3], (6.6) et (6.7) ont exactement la même signification et pour cette raison, les inférences (2.11)-(2.12) et (2.13)-(2.14) du chapitre 2 sont parfaitement valides. Cette position est plutôt contre-intuitive, mais elle tout à fait cohérente d´un point de vue sémantique. Et de ce point de vue, si (6.6) et (6.7) ont des valeurs cognitives différentes, ce qui manifestement doit être le cas, alors cette différence découle vraisemblablement d´une différence entre les termes «Hesperus» et «Phosphorus» et non d´une différence entre les significations de ces termes.

Evidemment, on pourrait considérer que toute théorie qui assigne aux noms propres codésignatifs la même signification est dans l´erreur. Ainsi, il semble assez difficile de ne pas admettre que (6.7) transmet une information empirique à propos du ciel *apparent*, à savoir, qu´un certain astre visible à un certain endroit dans le ciel tôt le soir est le même astre que celui qui est visible à un certain autre endroit dans le ciel tôt le matin. D´où la conclusion que les noms «Hesperus» et «Phosphorus» *doivent* avoir des significations différentes. Mais lesquelles? Selon les partisans de la théorie de la description des noms, le nom «Hesperus» peut avoir la même

---

[3] M. Tye, 1978.

signification que la description définie: «l´astre visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir», et le nom «Phosphorus» peut avoir la même signification que la description définie: «l´astre visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le matin». Mais nous connaissons l´objection modale; si par exemple le nom «Hesperus» avait la même signification que la description «l´astre visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir», alors l´énoncé:

(6.8) Hesperus est l´astre visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir

exprimerait une vérité *nécessaire*. Or cela n´est pas le cas. Il aurait pu être le cas que Hesperus ne soit pas visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir.

Le problème est donc complexe. Pour le résoudre, nous pouvons considérer, comme Nathan Salmon[4] l´a suggéré, que tout énoncé *vrai* de la forme ⌜Ω = Ω´⌝, où Ω et Ω´ sont des noms propres, transmet au moins deux informations distinctes: une information *sémantiquement encodée* («semantically encoded information») et une information *pragmatiquement communiquée* («pragmatically imparted information»)[5]. L´information sémantiquement

---

[4] Nathan Salmon, 1986.

[5] *Ibid.*, chapitre 4, pp.58-60; chapitre 6, pp.78-79.

encodée dans $\ulcorner\Omega = \Omega'\urcorner$ est simplement la signification de $\ulcorner\Omega = \Omega'\urcorner$. Selon la théorie de la signification que défend Salmon, la signification de $\ulcorner\Omega = \Omega'\urcorner$ est identique à celle de $\ulcorner\Omega = \Omega\urcorner$ et celle de $\ulcorner\Omega' = \Omega'\urcorner$. En effet, il s'agit simplement du triplet <x, I, x>, où x est la dénotation des termes Ω et Ω' et I est la propriété d'être identique[6]. Par contre, l'information pragmatiquement communiquée par $\ulcorner\Omega = \Omega'\urcorner$ est relative aux relations entre les noms Ω et Ω' et ce qu'ils dénotent; c'est l'information que les dénotations respectives de ces deux noms sont identiques. Or cette information est loin d'être triviale et peut même à sont tour contenir une authentique information concernant la réalité extra-linguistique.

---

[6] Salmon défend une version améliorée de la théorie naïve de la signification (le terme «naïf» n'a ici aucun sens péjoratif). Selon cette théorie, la signification d'un nom est sa dénotation, celle d'un prédicat est la propriété qu'il exprime, celle d'un énoncé de la forme nom-prédicat est la paire ordonnée formée de la signification du nom et de la signification du prédicat, etc. Par ailleurs, la théorie fait une distinction entre les noms, dont les significations sont leurs dénotations, et les descriptions définies, dont les significations sont des complexes contenant un concept général, à savoir celui exprimé par le prédicat F dans «le x tel que Fx». La théorie naïve de la signification ressemble donc à l'analyse hyperintensionnelle dans la mesure où elle considère les significations des expressions complexes comme des entités structurées et non comme de simples conditions de vérité.

Imaginons un instant une personne qui ignore que l´astre qui est visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir est en fait le même astre qui est visible à tel et tel autre endroit dans le ciel tôt le matin, mais qui se sert du nom «Hesperus» pour nommer le premier et du nom «Phosphorus» pour nommer le second. Pour cette personne, l´énoncé (6.7) communique pragmatiquement une information concernant les noms «Hesperus» et «Phosphorus»; c´est l´information qui est sémantiquement encodée dans l´énoncé méta-linguistique que voici:

(6.9) «Hesperus» et «Phosphorus» désignent la même chose.

Or, cette personne utilise le nom «Hesperus» pour nommer l´astre qui est visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir et le nom «Phosphorus» pour nommer l´astre qui est visible à tel et tel autre endroit dans le ciel tôt le matin. Donc, de son point de vue, (6.9) communique à son tour pragmatiquement l´information concernant le ciel apparent qui est sémantiquement encodée dans l´énoncé:

(6.10) L´astre visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir est le même que l´astre visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le matin.

Donc, par transitivité, (6.7) communique pragmatiquement l'information concernant le ciel apparent qui est sémantiquement encodée dans (6.10). Ainsi, bien que (6.7), (6.9) et (6.10) transmettent la même information concernant le ciel apparent, aucun d'eux ne le fait exactement de la même façon car ils ont tous des significations différentes. Seul (6.10) a pour signification cette information relative au ciel apparent. Par contre, (6.7) et (6.9) communiquent tous les deux pragmatiquement, et non sémantiquement cette information, car (6.7) exprime une proposition nécessaire concernant l'objet Hesperus-Phosphorus, tandis que (6.9) exprime une proposition contingente concernant les noms «Hesperus» et «Phosphorus».

La distinction de Salmon entre les notions d'information sémantiquement encodée et d'information pragmatiquement communiquée est intéressante, car elle rend compte de la possibilité de savoir utiliser correctement un terme sans connaître son intension. Cela est particulièrement vrai pour les noms propres, et sans doute aussi pour les termes d'espèces et d'éléments naturels. Ainsi, on peut savoir utiliser correctement les noms «Hesperus» et «Phosphorus» sans connaître leurs intensions et donc sans connaître la proposition que (6.7) exprime. Toutefois, il suffit de savoir utiliser correctement les noms «Hesperus» et «Phosphorus» pour être en mesure de saisir l'information empirique qui est pragmatiquement communiquée par cet énoncé. Donc, il est tout à fait possible de douter que l'énoncé (6.7) est vrai si l'on ignore la proposition que (6.7) exprime en fait. Il suffit de douter que l'astre qui est visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir est le même astre qui est visible à tel et tel autre endroit dans le ciel tôt le matin, ce qui implique pragmatiquement le doute que les noms «Hesperus» et «Phosphorus» désignent le même astre.

Considérons maintenant les énoncés (6.4) et (6.5). Pour une personne qui connaît l'intension du terme «astéroïde» mais non celle du terme «planétoïde», (6.5) peut communiquer pragmatiquement une information non-triviale à propos de l'intension du terme «planétoïde». En particulier, cette personne peut interpréter une occurrence particulière de (6.5), émise dans un certain contexte, comme transmettant l'information que le terme «planétoïde» signifie la même chose que le terme «astéroïde». Toutefois, pour une autre personne, qui sait très bien que les termes «astéroïde» et «planétoïde» sont synonymes, (6.4) ne transmet sémantiquement aucune information intéressante. Notons cependant qu'à la différence de l'énoncé (6.7), (6.5) ne communique pas pragmatiquement une information relative à la réalité extra-linguistique. C´est seulement en vertu d´une convention linguistique que les termes «astéroïde» et «planétoïde» ont la même intension. Par contre, ce n´est pas uniquement en vertu d´une convention linguistique que les noms «Hesperus» et «Phosphorus» ont la même intension, mais c´est aussi à cause de l´état du ciel dans notre monde. Dans tout monde possible où ces deux noms ont été introduits selon les mêmes conventions linguistiques que dans notre monde, mais où l´astre qui est visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir est distinct de celui qui est visible à tel et tel autre endroit dans le ciel tôt le matin, ces deux noms dénotent des astres différents et n´ont donc pas la même intension. Par contre, il n´y a aucun monde possible où les termes «astéroïde» et «planétoïde» ont été introduit selon les mêmes conventions que dans notre monde mais où ils n´ont pas la même intension.

En somme, si l´on considère que les verbes d´AP sont uniquement sensibles aux valeurs cognitives sémantiquement transmises par les énoncés, alors les inférences (2.9)-(2.10), (2.11)-(2.12) et (2.13)-(2.14) du chapitre 2 sont rigoureusement valides. Cependant, il est clair que les valeurs cognitives pragmatiquement communiquées par les énoncés sont parfois plus importantes que celles qui sont transmies sémantiquement. Nous pouvons ainsi considérer, comme le fait Salmon[7], que si par exemple nous interprétons l´inférence (2.11)-(2.12) en tenant compte des valeurs cognitives pragmatiquement communiquées par les énoncés «Hesperus = Hesperus» et «Hesperus = Phosphorus», alors ces inférences ne sont pas valides. Selon cette interprétation, l´inférence (2.11)-(2.12) doit être reformulée comme (6.11)-(6.12) et on constate qu´il est possible que (6.11) soit vrai mais que (6.12) soit faux.

(6.11) x sait que Hesperus = Hesperus, au moyen de l´énoncé «Hesperus = Hesperus».

(6.12) x sait que Hesperus = Phosphorus, au moyen de l´énoncé «Hesperus = Phosphorus».

La stratégie quasi citationnelle s´accorde donc parfaitement avec ces précédentes considérations. Les expressions linguistiques peuvent parfois communiquer pragmatiquement des informations non-triviales; il apparaît donc logique de représenter ces informations pragmatiques en faisant apparaître, dans les objets des AP, les expressions linguistiques elles-mêmes. Or cela peut facilement être fait dans le système LH.

---

[7] *Ibid.*, chapitre 8, pp.103-118.

Ainsi, nous pourrions, comme l'a fait John Bigelow[8], définir la structure intensionnelle de tout item lexical Ω comme la paire ordonnée formée de l'intension de Ω et de Ω lui-même. Mais alors le résultat est que pour deux énoncés Φ et Φ' qui diffèrent au plus par des composants lexicaux de même intension, Φ et Φ' expriment la proposition mais n'ont pas la même structure intensionnelle. Or nous préférons conserver notre première définition de la structure intensionnelle, car nous aimerions qu'il soit possible de considérer les inférences du genre de (2.11)-(2.12) et (2.13)-(2.14) comme des inférences valides, même si elles sont interprétées hyperintensionnellement. Mais nous voulons aussi que ces même inférences puissent être considérées comme invalides, lorsqu'elles sont interprétées en tenant compte des expressions qui apparaissent dans les contextes d'AP. Notre suggestion est donc la suivante. Ajoutons dans LH un nouvel opérateur, θ^+, et appelons LH^+ le système LH enrichi de cet opérateur. Soit $c\alpha$ une constante de type α. Comme dans LH, le terme $\theta c\alpha$ de LH^+ est de type $*\alpha$ et dénote la structure intensionnelle de $c\alpha$; cette structure intensionnelle coïncide avec l'intension de $c\alpha$. Par contre, $\theta^+ c\alpha$ est le terme de type $*\alpha$ qui dénote la *structure intensionnelle forte* de $c\alpha$,

---

[8] John Bigelow, 1978b.

laquelle est définie comme la paire ordonnée formée de l'intension de $c\alpha$ et de $c\alpha$ elle-même. Sur la base d'une assignation de structures intensionnelles fortes aux constantes de LH^+, on peut définir récursivement une fonction qui assigne une structure intensionnelle forte à chaque terme de LH^+. Voici, dans les détails, la description de LH^+.

C. Formulation de LH^+.

C.1. La syntaxe de LH^+.

L'ensemble des types de LH^+ est exactement le même ensemble que celui des types de LH (chapitre 5, section A.1). Les expressions syncatégorématiques de LH^+ sont celles de LH (chapitre 5, section A.2.1), plus l'expression θ^+. LH^+ comprend pour chaque $\alpha \in T$ un ensemble $Con\alpha$ (au plus dénombrable) de constantes et un ensemble $Var\alpha$ (au plus dénombrable) de variables. Toutefois, $Con\alpha$ a une structure d'inf-semi-treillis (plat) et contient donc un plus petit élément: $\perp_{Con\alpha}$. Il est clair que cet élément n'est qu'un dispositif technique que nous devons introduire afin de pouvoir considérer $Con\alpha$ comme un cpo. Ainsi $Con\alpha$ peut être représenté comme suit:

$$c_\alpha^0,\ c_\alpha^1,\ c_\alpha^2,\ \ldots,\ c_\alpha^n,\ c_\alpha^{n+1},\ \ldots$$

$$\perp_{Con\alpha}$$

Pour n'importe quel $\alpha \in T$, l'ensemble des *termes de type* α est le plus petit ensemble $\mathrm{Trm}\alpha$ tel que:

(i) $\mathrm{Con}\alpha \sqcup \mathrm{Var}\alpha \sqsubseteq \mathrm{Trm}\alpha$;

(ii) si $A \in \mathrm{Trm}\alpha\beta$ et $B \in \mathrm{Trm}\alpha$, alors $[AB] \in \mathrm{Trm}\beta$;

(iii) si $A \in \mathrm{Trm}\alpha$, alors $^\wedge A$, θA, $\theta^{+}A \in \mathrm{Trm}{*}\alpha$;

(iv) si $A \in \mathrm{Trm}{*}\alpha$, alors $\#A \in \mathrm{Trm}{*}\alpha$;

(v) si $A \in \mathrm{Trm}{*}\alpha$, alors $^\vee A \in \mathrm{Trm}\alpha$;

(vi) si $A \in \mathrm{Trm}\beta$ et $v \in \mathrm{Var}\alpha$, alors $\lambda v.A \in \mathrm{Trm}\alpha\beta$.

Cela complète la liste des termes de LH^{+}. Comme d'habitude, nous écrirons $A\alpha$ pour désigner n'importe quel terme dans $\mathrm{Trm}\alpha$, $c\alpha$ pour désigner n'importe quelle constante dans $\mathrm{Con}\alpha$ et $v\alpha$ pour désigner n'importe quelle variable dans $\mathrm{Var}\alpha$.

C.2. La sémantique de LH^{+}.

C.2.1. Les domaines sémantiques.

Soit U et I deux domaines (cpo) non-vides tels que:

U = ..., u, u', u'', ... (individus)

$\perp$

I = ..., i, i', i'', ... (mondes possibles)

$\perp$

Un *système standard* de domaines basé sur U et I est la famille $\{D\alpha\}_{\alpha \in T}$ de domaines indexés où:

(i) $D_e = U$;

(ii) $D_t = \mathrm{Bool}$;

(iii) $D_{\alpha\beta} = [D_\alpha \rightarrow D_\beta]$;

(iv) $D_{*\alpha} = \Sigma(\Gamma_\alpha)$, où pour chaque $\alpha \in T$, Γ_α est le plus petit ensemble de domaines récursivement défini suit:

(iv.a) $[I \rightarrow D_\alpha] \in \Gamma_\alpha$;

(iv.b) $[I \rightarrow D_\alpha] \times Con_\alpha \in \Gamma_\alpha$;

(iv.c) si $Y \in \Gamma_{\beta\alpha}$ et $Z \in \Gamma_\beta$ alors $Y \times Z \in \Gamma_\alpha$.

On constate que cette définition diffère seulement de celle donnée dans le chapitre 5 à la section A.3.1 par par la clause additionnelle (iv.b). Nous pouvons évidemment construire les limites inverses satisfaisant le système d´équations (i)-(iv), en modifiant d´une façon appropriée la construction exposée dans la section D du chapitre 5.

C.2.2. **La notion d´intension induite.**

Pour chaque type $*\alpha$ et pour chaque $x \in D_{*\alpha}$, l´intension induite par x est $\delta_{*\alpha}(x)$, où $\delta_{*\alpha}$ est la fonction qui est définie selon la définition récursive donnée dans la section A.3.2 du chapitre 5, mais à laquelle est ajoutée la clause suivante:

Si $x = \langle y, c_\alpha \rangle \in [I \rightarrow D_\alpha] \times Con_\alpha$, alors $\delta_{*\alpha}(x) = y$.

On peut facilement démontrer, par une preuve similaire à celle de la proposition 5.1 du chapitre 5, que pour chaque type $*\alpha$, $\delta_{*\alpha} \in [D_{*\alpha} \to [I \to D_\alpha]]$.

C.2.3. Les fonctions logiques et l'identité.

Les fonctions logiques de LH^+ sont les mêmes que celles qui sont définies dans le chapitre 5 à la section A.3.3. Toutefois, nous devons modifier, pour chaque type α, la définition de la fonction $I_{\alpha\alpha t}$ (la fonction *identique dans D_α*). D'abord, définissons $K_{\alpha\alpha t}$, la fonction *identique dans Con_α*, comme ceci. $K_{\alpha\alpha t}(c_\alpha)(c_{\acute\alpha}) =$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ si } c_\alpha \neq \perp_{Con\alpha} \text{ et } c_{\acute\alpha} \neq \perp_{Con\alpha} \text{ et } c_\alpha = c_{\acute\alpha} \\ 0 \text{ si } c_\alpha \neq \perp_{Con\alpha} \text{ et } c_{\acute\alpha} \neq \perp_{Con\alpha} \text{ et } c_\alpha \neq c_{\acute\alpha} \\ \perp \text{ autrement} \end{array}$$

Pour chaque $\alpha \in T$, $I_{\alpha\alpha t}$ est définie comme dans la section A.3.3 du chapitre 5, en modifiant la clause (iv) de la façon suivante:

(iv) Soit $\sigma = *\alpha$ et $x, y \in D_\sigma$:

(iv.a) si $x = \perp_{D\sigma}$ ou $y = \perp_{D\sigma}$, alors

$$I_{\sigma\sigma t}(x)(y) = \perp;$$

(iv.b) si $x, y \in [I \to D_\alpha]$ alors $I_{\sigma\sigma t}(x)(y) =$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ si pour tout } i \in I,\ I_{\alpha\alpha t}(x(i))(y(i)) = 1 \\ 0 \text{ s'il y a un } i \in I \text{ t.q. } I_{\alpha\alpha t}(x(i))(y(i)) = 0 \\ \perp \text{ autrement;} \end{array}$$

(iv.c) Si $\langle y, c_\alpha\rangle, \langle z, c_{\acute\alpha}\rangle \in [I \to D_\alpha] \times Con_\alpha$ alors

$$I_{\sigma\sigma t}(\langle y, c_\alpha\rangle)(\langle z, c_{\acute\alpha}\rangle) =$$

1 si $K\alpha\alpha t(c\alpha)(c\acute{\alpha}) = 1$ et pour tout $i \in I$, $I\alpha\alpha t(y(i))(z(i)) = 1$
0 si $K\alpha\alpha t(c\alpha)(c\acute{\alpha}) = 0$ et il y a un $i \in I$ t.q. $I\alpha\alpha t(y(i))(z(i)) = 0$
$\perp$ autrement;

(iv.d) si $x = \langle y, z\rangle \in Y \times Z$ et $x' = \langle y', z'\rangle \in Y \times Z$, où $Y \in \Gamma\beta\alpha$ et $Z \in \Gamma\beta$, alors $I\sigma\sigma t(x)(x') =$

$$Ittt(I*\langle\beta,\alpha\rangle*\langle\beta,\alpha\rangle t(y)(y'))(I*\beta*\beta t(z)(z'));$$

(iv.d) $I\sigma\sigma t(x)(y) = 0$ autrement.

On peut démontrer, par une preuve similaire à celle de la proposition 5.3 du chapitre 5, que pour chaque $\alpha \in T$, $I\alpha\alpha t \in D\alpha\alpha t$.

C.2.4. L'interprétation de LH^+.

Un *modèle standard* (pour LH^+) basé sur U et I est une paire ordonnée $\langle\{D\alpha\}_{\alpha\in T}, g\rangle$ où: $\{D\alpha\}_{\alpha\in T}$ est le système standard de domaines basé sur U et I; g est une assignation de base ayant pour domaine l'ensemble des constantes de LH^+ et telle que: (i) g assigne à chaque constante de type α un élément de $[I \rightarrow D\alpha]$; (ii) g satisfait les postulats (P1)-(P4) formulés dans la section A.3.4 du chapitre 5, plus le postulat suivant:

(P5) $g(\perp_{Con\alpha}) = \perp_{[I \rightarrow D\alpha]}$.

Nous désignons par TS (Termes Spéciaux) le plus petit ensemble contenant les constantes désignées c^0_t, c^1_t, c^1_{ttt}, $\perp_{Con\alpha}$ et $c^0_{\alpha\alpha t}$ pour tous les $\alpha \in T$.

Etant donné un modèle standard M (= $\langle \{D\alpha\}_{\alpha \in T}, g \rangle$) pour LH^+, une *assignation de valeurs aux variables* combinée à M est n'importe quelle fonction *a* dont le domaine est l'ensemble des variables de LI et qui assigne à chaque variable de type α un élément de $D\alpha$. Si *a* est une assignation de valeurs aux variables, alors pour n'importe quelle variable $v\alpha$ et pour n'importe quel $x \in D\alpha$, nous désignons par $a[x/v\alpha]$ l'assignation de valeurs aux variables qui diffère au plus de *a* en assignant x à $v\alpha$.

Tout modèle standard M pour LH^+ combiné à une assignation *a* de valeurs aux variables induit *trois* fonctions: V^M_a, S^M_a et S^{+M}_a, ayant pour domaine l'ensemble des termes de LH^+. V^M_a assigne à chaque terme $A\alpha$ les deux choses suivante: d'abord une intension relativement à *a*, notée $V^M_a(A\alpha)$; ensuite, quel que soit $i \in I$, une dénotation relativement à *a* et i, notée $V^M_{a,i}(A\alpha)$ et donnée par $V^M_a(A\alpha)(i)$. S^M_a assigne à chaque terme $A\alpha$ un structure intensionnelle relativement à *a*, notée $S^M_a(A\alpha)$. S^{+M}_a assigne à chaque terme $A\alpha$ un structure intensionnelle forte relativement à *a*, notée $S^{+M}_a(A\alpha)$. Les règles récursives d'assignation pour les intensions, les structures intensionnelles et les structures intensionnelles fortes, relativement à une assignation *a*, sont les suivantes (nous supprimons l'exposant «M»):

(i) $V_a(c\alpha) = g(c\alpha)$; $S_a(c\alpha) = V_a(c\alpha)$;

$S_a^+(c\alpha) = \langle V_a(c\alpha), c\alpha\rangle$.

(ii) $V_a(v\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = a(v\alpha)$;

$S_a(v\alpha) = S_a^+(v\alpha) = V_a(v\alpha)$.

(iii) $V_a([A\alpha\beta B\alpha])$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = V_{a,i}(A\alpha\beta)(V_{a,i}(A\alpha))$;

$S_a([A\alpha\beta B\alpha]) = \langle S_a(A\alpha\beta), S_a(B\alpha)\rangle$;

$S_a^+([A\alpha\beta B\alpha]) = \langle S_a^+(A\alpha\beta), S_a^+(B\alpha)\rangle$.

(iv) $V_a({}^\wedge A\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = V_a(A\alpha)$;

$S_a({}^\wedge A\alpha) = S_a^+({}^\wedge A\alpha) = V_a({}^\wedge A\alpha)$.

(v) $V_a(\theta A\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = S_a(A\alpha)$;

$S_a(\theta A\alpha) = S_a^+(\theta A\alpha) = V_a(\theta A\alpha)$.

(vi) $V_a(\theta^+ A\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = S_a^+(A\alpha)$;

$S_a(\theta^+ A\alpha) = S_a^+(\theta^+ A\alpha) = V_a(\theta^+ A\alpha)$.

(vii) $V_a(\#A{*}\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = \delta{*}\alpha(V_{a,i}(A{*}\alpha))$;

$S_a(\#A{*}\alpha) = S_a^+(\#A{*}\alpha) = V_a(\#A{*}\alpha)$;

(viii) $V_a({}^\vee A{*}\alpha)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i) = \delta{*}\alpha(V_{a,i}(A{*}\alpha))(i)$;

$S_a({}^\vee A{*}\alpha) = S_a^+({}^\vee A{*}\alpha) = V_a({}^\vee A{*}\alpha)$;

(ix) $V_a(\lambda v\alpha . A\beta)$ = la fonction f dont le domaine est I et telle que pour tout $i \in I$, $f(i)$ est la fonction dont le domaine est $D\alpha$ et telle que pour tout $x \in D\alpha$, $f(i)(x) = V_{a',i}(A\beta)$, où $a' = a[x/v\alpha]$;

$S_a(\lambda v\alpha . A\beta) = S_a^+(\lambda v\alpha . A\beta) = V_a(\lambda v\alpha . A\beta)$.

On peut démontrer, par une preuve similaire à celle de la proposition 5.4 du chapitre 5, que pour chaque terme $A\alpha$, $V_a(A\alpha) \in [I \rightarrow D\alpha]$ et $S_a(A\alpha)$, $S_a^+(c\alpha) \in D{*}\alpha$.

On constate que pour plusieurs termes $A\alpha$, $S_a(A\alpha) = S_a^+(A\alpha)$. Ce résultat se vérifie toujours pour les variables, les termes $A{*}\alpha$ qui ne sont pas des constantes ou qui ne sont pas de la forme $[A\beta{*}\alpha B\beta]$, et les termes $A\alpha\beta$ qui sont de la forme $\lambda v\alpha.A\beta$. Nous ne voyons pas comment nous pourrions, sans apporter des changements substantiels à notre définition des domaines $D{*}\alpha$, modifier nos définitions des assignations S_a et S_a^+ pour faire en sorte que pour deux termes différents $A\alpha$ et $B\alpha$ qui ne sont pas des variables, $S_a(A\alpha) \neq S_a^+(A\alpha)$.

C.2.5. Les termes modalement clos de LH^+.

La définition de la classe MC des termes modalement clos de LH^+ est la même que celle de la classe des termes modalement clos de LH (chapitre 5, section A.5), sauf que la clause (iii) doit maintenant se lire:

(iii) $\hat{}A\alpha$, $\theta A\alpha$, $\theta^+ A\alpha \in$ MC pour tout terme $A\alpha$.

C.2.6. Les termes de LH^+ introduits par définition.

Nous pouvons évidemment conserver tous les termes qui sont introduits par les définitions de la section A.5 du chapitre 5. Nous pouvons cependant ajouter cette définition:

$$[A\alpha <<>> B\alpha] =_{df} [\theta^+ A\alpha \equiv \theta^+ B\alpha].$$

On peut vérifier que non seulement $Nec\theta A_t$ se réduit à $\Box A_t$, comme dans LH, mais aussi que $Nec\theta^+ A_t$ se réduit à $\Box A_t$.

C.2.7. Satisfaction, vérité, validité.

Les définitions des notions de satisfaction, de vérité et de validité pour les formules de LH^+ sont les mêmes que celles pour les formules de LH (chapitre 5, section A.6). On n´a qu´à remplacer, dans ces définitions, l´abréviation «LH» par «LH^+».

Tous les schémas d´axiomes A1-A14 de LH sont des schémas de formules valides de LH^+. On doit cependant remplacer, dans AS4, la clause (ii) par: «aucune occurrence libre de $v\alpha$ dans $A\beta(v\alpha)$ ne réside dans la portée de ^, θ, ou θ^+». En outre, un examen attentif suffit pour établir que les schémas suivants sont des schémas de formules valides de LH^+:

AS15. $\theta^{+}\theta A\alpha \equiv \theta\theta A\alpha$.

AS16. $\theta^{+}\wedge A\alpha \equiv \theta\wedge A\alpha$.

AS17. $^{\vee}\theta^{+}A\alpha \equiv A\alpha$.

AS18. $\#\theta^{+}A\alpha \equiv \wedge A\alpha$.

AS19. $\theta^{+}\dot{v}\alpha \equiv \wedge v\alpha$.

Il doit être clair que la forme d'inférences (6.1), qui est une forme valide de LH, est aussi une forme valide de LH^{+}. Cependant, la forme d'inférences que voici n'est pas une forme valide de LH^{+}:

(6.13) $[Bel\theta^{+}At(c)]d$

$c \equiv c'$

$[Bel\theta^{+}At(c')]d$.

La forme valide correspondante est évidemment celle-ci:

(6.14) $[Bel\theta^{+}At(c)]d$

c <<>> c'

$[Bel\theta^{+}At(c')]d$.

Voilà pour la formalisation. Nous ne prétendons pas avoir fait la meilleure formalisation qu'il était possible de faire, selon la stratégie quasi citationnelle. Mais LH^{+} constitue, dans l'optique de cette stratégie, l'extension la plus simple et directe de notre système LH. Abordons maintenant l'autre stratégie, soit la stratégie de l'idiosyncrasie.

D. La stratégie de l´idiosyncrasie.

Comme son nom l´indique, la stratégie de l´idiosyncrasie consiste à considérer que dans les langues naturelles, les mêmes expressions peuvent parfois se voir assigner des significations différentes selon les locuteurs, bien que ces différentes significations sont suffisamment similaires pour assurer la communication. Le diagnostic de l´échec du PSIIAP est alors celui-ci: dans certaines circonstances, lorsque nous exprimons au moyen d´un énoncé Φ le contenu d´une AP entretenue par personne x, la possibilité qu´il existe des différences, même minimes, entre les significations que nous-mêmes attribuons aux termes qui composent Φ et celles que x assigne à ces mêmes termes suffisent parfois à *nous* dissuader de substituer certains termes dans Φ.

La stratégie de l´idiosyncrasie présuppose que la valeur cognitive de tout énoncé peut être caractérisée comme une partie constitutive de la signification, partie qui est elle-même obtenue par la composition des valeurs cognitives des termes qui composent l´énoncé. Cependant, l´on estime que la valeur cognitive de toute expression a un composant qui n´est pas absolu mais relatif aux locuteurs. Cette façon d´aborder le problème des AP peut être vue comme complémentaire à la stratégie quasi citationnelle, car il s´agit, en quelque sorte, de mettre en lumière ce que la stratégie quasi citationnelle laisse dans l´ombre; par exemple, il s´agit de rendre explicite une partie des raisons implicites qui justifient l´inférence de (6.7) à partir de (6.10), et vice versa.

L´idée qu´un même terme peut se voir assigner des significations différentes, c´est-à-dire des valeurs cognitives différentes selon les locuteurs, n´est pas nouvelle. Gottlob Frege, entre autres, a déjà clairement indiqué qu´il croyait que cela était possible, surtout pour les noms propres:

> On peut concevoir de différentes façons le sens d´un nom propre véritable, tel «Aristote». On pourrait prendre pour sens: l´élève de Platon et le maître d´Alexandre le Grand. Ce faisant, on lierait à la proposition «Aristote naquit à Stagire» un sens autre que si l´on avait choisi pour sens : le maître d´Alexandre le Grand né à Stagire. Tant que la dénotation demeure la même, ces fluctuations de sens sont supportables [...][9]

Cette considération, venant de Frege, peut sembler étonnante. Frege n´a-t-il pas été un combattant acharné contre le psychologisme en sémantique, et le défenseur de de la thèse que les significations sont, à l´instar des nombres, des entités objectives, identiques pour tous les sujets? Mais bien que le psychologisme implique le relativisme sémantique, le relativisme sémantique n´est

---

[9] Gottlob Frege, 1892, p.104, note 1.

pas incompatible avec la thèse de l´autonomie de la sémantique. L´idée est simplement qu´il existe une certaine partie non-relative dans la signification, d´une part, et d´autre part, que ce qui est susceptible de varier dans la signification selon les locuteurs peut être identique pour plus d´un locuteur. C´est l´idée que Frege défend, lorsqu´il maintient sa distinction entre la *représentation subjective* («Vorstellung») que l´agent associe à un terme, qui est une entité de nature purement psychologique, et le sens («Sinn») d´un terme, qui est l´entité objective saisie par l´agent:

> Peut-être objectera-t-on: tout comme chacun peut associer à un même mot telle ou telle représentation, chacun peut lier à ce mot tel ou tel sens. La différence existe néanmoins entre sens et représentation, ne serait-ce que par la manière dont ils sont liés au mot. Il n´y a pas d´obstacle à ce que plusieurs individus saisissent le même sens; mais ils ne peuvent pas avoir la même représentation. *Si duo idem faciunt, non est idem*[10].

La position de Frege a été la cible de nombreuses critiques, mais il serait ici trop long de nous engager dans ce débat particulier. L´important, c´est l´idée générale qui caractérise la stratégie de l´idiosyncrasie: un certain relativisme sémantique, combiné à une contrainte de similitude, contrainte qui détermine le composant absolu de la signification. L´idée est en soi

---

[10] *Ibid.*, p. 106.

intéressante et théoriquement rien ne s´oppose à ce qu´elle soit appliquée non seulement à l´analyse de la signification des noms propres mais aussi à la signification d´autres genres de termes: termes généraux d´espèces et d´éléments naturels, termes d´objets techniques et familiers, verbes, etc.

L´idée d´aborder le problème des AP selon la stratégie de l´idiosyncrasie a donné lieu à très peu de propositions de formalisation. En fait, à notre connaissance il en n´existe seulement deux dans la tradition de la théorie des modèles: celle de Joseph Almog[11] et celle de François Lepage[12]. Résumons, en premier lieu, la proposition de Joseph Almog.

L´hypothèse de départ de Almog est la suivante. Tout locuteur x linguistiquement compétent pour une langue L est un agent qui assigne, à chaque terme Ω de L, un composant *public* et un composant *privé*. Par définition, le premier composant est invariable selon les locuteurs: c´est la *signification nucléaire* («core meaning») du terme, symbolisée par $S_x(\Omega)$. Le second composant, appelé *achèvement* («completion»), et symbolisé par $CO_x(\Omega)$, n´est

---

[11] Joseph Almog, 1984a.

[12] François Lepage, 1984, 1985, 1987 et 1989.

pas forcément le même pour les autres locuteurs[13]. Donc, pour deux locuteurs compétents quelconques x et y de L, nous avons $S_x(\Omega) = S_y(\Omega)$ et cette identité garantit un accord mutuel entre x et y sur la partie publique de la signification de Ω. Les valeurs cognitives idiosyncrasiques que x et y associent à Ω sont précisément les achèvements $CO_x(\Omega)$ et $CO_y(\Omega)$ respectivement. En particulier, si Ω est un nom propre, $CO_x(\Omega)$ peut être identifié avec l´intension d´une description definie plus ou moins longue exprimant les propriétés que x sait être vraies de la dénotation de Ω. Mais puisque x peut savoir des choses à propos de la dénotation de Ω que y ignore, et vice versa, il est possible que $CO_x(\Omega) \neq CO_y(\Omega)$. Soit Ω´ un autre nom propre tel que $S_x(\Omega') = S_y(\Omega')$. Puisque les contextes d´AP sont non seulement sensibles aux

---

[13] En fait, Almog fonde son système sur la notion de *dictionnaire*, mais suppose que chaque locuteur d´une langue L a son propre dictionnaire, si bien que l´on peut techniquement identifier chaque locuteur à un dictionnaire. Chacun des dictionnaires appartient à une classe N_{r_0}, appelée *voisinage de r_0* («neighborhood of r_0»), où r_0 est le *dictionnaire standard* de L. La caractérisation formelle des valeurs sémantiques est donc la suivante. Pour toute expression Ω de L, la valeur sémantique de Ω, notée [Ω], est une fonction de dictionnaires dans les caractères, lesquels sont des fonctions de contextes dans les intensions, lesquelles sont des fonctions de mondes possibles dans les extensions. Pour un dictionnaire quelconque $r \in N_{r_0}$, $[\Omega]r$ est donc le caractère de Ω relativement à r. Ce caractère peut être représenté par la paire ordonnée $\langle S_r(\Omega), CO_r(\Omega)\rangle$, où $S_r(\Omega)$ est par définition la partie du caractère qui est commune à tous les $r' \in N_{r_0}$ et $CO_r(\Omega)$ est la partie du caractère pouvant variée selon les $r' \in N_{r_0}$.

significations nucléaires des expressions mais aussi aux achèvements de ces significations, et puisqu'il est possible que $CO_x(\Omega) \neq CO_y(\Omega)$ et $CO_x(\Omega') \neq CO_y(\Omega')$, il est donc possible que ⌜x croit que $\Omega = \Omega'$⌝ soit vrai mais que ⌜y croit que $\Omega = \Omega'$⌝ soit faux. Etant donné cette explication, nous pouvons inférer cette condition de substitutivité des items lexicaux dans les contextes d'AP: soit $\Phi(\Omega)$ et $\Phi(\Omega')$ deux énoncés tels que $\Phi(\Omega')$ diffère au plus de $\Phi(\Omega)$ en contenant le terme Ω' partout où $\Phi(\Omega)$ contient le terme Ω; à partir de tout énoncé de la forme ⌜x croit que $\Phi(\Omega)$⌝ on peut inférer ⌜x croit que $\Phi(\Omega')$⌝, si $CO_x(\Omega) = CO_x(\Omega')$ et non seulement si $S_x(\Omega) = S_x(\Omega')$[14].

Techniquement, la traitement formel que nous suggère Almog semble fonctionner. Cependant, comme Almog le reconnaît lui-même, ce n'est encore qu'une ébauche («bold working hypothesis»), qui doit être développée davantage et qui, d'autre part, soulève un certain nombre de questions. Notamment: comment distinguer la signification nucléaire dans la signification? Quelle est, par exemple, la signification nucléaire d'un nom propre? Est-ce un concept individuel constant, techniquement définie comme

[14] D'un autre point de vue, deux expressions Ω et Ω' d'une langue L, où L a le dictionnaire standard r_o, sont intersubstituables dans *tous les contextes* si *pour tout* dictionnaire $r' \in Nr_o$, $[\Omega]r' = [\Omega']r'$. Cela revient à dire que Ω et Ω' sont intersubstituables dans tous les contextes si, pour aucun locuteur compétent x de L, $CO_x(\Omega) \neq CO_x(\Omega')$.

la fonction constante de mondes possibles sur sa dénotation[15]? Si oui, alors pour deux noms propres *codésignatifs* Ω et Ω´, tout locuteur linguistiquement compétent assigne à Ω et Ω´ la même fonction constante. Mais est-ce que cela implique que tout locuteur linguistiquement compétent est en mesure de saisir la proposition nécessaire exprimée par ⌜Ω = Ω´⌝? Il n´y a pas de réponse évidente à cette question, car on peut justement supposer qu´aucun locuteur linguistiquement compétent n´est pas en mesure de bien distinguer la signification nucléaire de son achèvement. Chose certaine, l´évaluation de: ⌜il est nécessaire que Ω = Ω´⌝, devrait dépendre seulement de la signification nucléaire de: ⌜Ω = Ω´⌝, laquelle devrait seulement dépendre des significations nucléaires de Ω et Ω´. Mais supposons, d´autre part, que la signification nucléaire de tout nom propre est l´intension de la description nominale de sa dénotation; selon cette hypothèse, la signification nucléaire du nom «Hesperus», par exemple, est l´intension de la description: «l´astre appelé «Hesperus»»[16]. Dans ce

[15] Ou comme le caractère constant qui assigne à chaque contexte l´intension constante qui assigne à chaque monde possible sa dénotation. Techniquement, cela revient au même. Almog reconnaît cela lorsqu´il écrit: «Since the character of such expression is a *constant* function on contexts, it reduces to their intension and we are back at the original case» (dans J. Almog, *loc. cit.*, p. 4).

[16] La théorie de la description nominale des noms a été notamment défendue par B. Loar, 1976, et K. Back, 1981.

cas, «Hesperus» a une signification tout à fait accessible pour tous les locuteurs. Cependant, cela implique que l´énoncé: «Hesperus est Phosphorus», a pour signification nucléaire une proposition contingente, à savoir la proposition que l´astre appelée «Hesperus» est l´astre appelé «Phosphorus». Mais cela est fâcheux, car nous aimerions pouvoir considérer, étant donné les arguments que nous connaissons, que l´énoncé «Hesperus est Phosphorus» exprime une vérité nécessaire et non contingente. Nous aimerions pouvoir considérer que cet énoncé exprime une proposition nécessaire, sans pour autant être obligés de conclure qu´aucun locuteur qui n´est pas en mesure de savoir cela n´est sémantiquement compétent.

Selon nous, les problèmes conceptuels que pose la tentative de formalisation de Almog découlent de sa condition de similitude, qui est basée sur l´idée d´une signification nucléaire *complète*, en principe distincte d´un achèvement également *complet*. En effet, ce qui est complet se distingue de ce qui est *partiel*, et nous pensons qu´il existe une manière plus intéressante, et en quelque sorte plus simple, de spécifier la condition de similitude, qui est justement basée sur la notion de *signification partielle*. Faisons l´hypothèse suivante: chaque locuteur linguistiquement compétent pour une langue

L est un agent qui assigne à chaque expression Ω de L une signification possiblement *incomplète* (et même nulle) mais non *inexacte*. Cette hypothèse n'est pas nouvelle car elle fut notamment émise par Barbara Partee[17] et P.N. Johnson-Laird[18]. Elle revient à dire qu'une connaissance incomplète des intensions n'est pas un obstacle à la communication. Est-il possible de formaliser cette idée? Nous pensons que la théorie de la croyance et du savoir de François Lepage, formulée dans le cadre conceptuel de LI, en constitue justement une formalisation très élégante. Bien sûr, on ne saurait y voir une solution parfaite et complète au problème infiniment complexe des AP. Mais nous aimerions résumer brièvement ses postulats de base, les rudiments de sa formalisation et son pouvoir explicatif. Enfin, nous exposerons brièvement notre ancien projet d'intégrer certains éléments de cette théorie dans le cadre de LH dans le but de traiter le problème de l'échec du PSIIAP, ainsi que la principale difficulté que nous avons rencontrée au cours de cette tentative.

La théorie de François Lepage suggère deux critères fondamentaux pour traiter les énoncés de savoir et de croyance. Le premier critère est celui de la compétence

---

[17] Barbara Hall Partee, 1979b.

[18] P.N. Johnson-Laird, 1982.

sémantique: tout agent qui assigne aux expressions d'une langue L des valeurs sémantiques telles qu'elles ne l'induisent pas en erreur, peut être considéré comme (partiellement) compétent pour L[19]. En d'autres termes, pour tout agent x partiellement compétent pour L, il n'existe aucun énoncé Φ de L tel que x assigne à Φ une proposition G telle que, si x utilise G pour évaluer la valeur de vérité de Φ dans une certaine circonstance, alors x déterminera que Φ est faux (resp. que Φ est vrai) tandis que dans cette circonstance Φ est vrai (resp. Φ est faux). C'est surtout ce critère qui nous intéresse. On constate que ce critère détermine une notion de compétence sémantique qui n'est pas très éloignée de la conception vériconditionnelle de la compétence sémantique défendue par Max Cresswell (voir la section C du chapitre 1). Toutefois, il s'agit en quelque sorte d'une notion moins forte: ce n'est pas l'habilité de déterminer, étant donné *n'importe quelle* situation et n'*importe quel* énoncé Φ, si dans cette situation Φ est vrai ou s'il est faux (ce qui bien entendu présuppose que Φ est vrai, ou faux, dans cette situation); on exige seulement de l'agent que s'il détermine que Φ est vrai (resp. que Φ est faux) dans cette situation, alors Φ est vrai (resp. Φ est faux) dans cette situation. De ce point de vue, un agent partiellement

---

[19] François Lepage, 1985, p.27.

compétent pour une langue L peut très bien ne pas être en mesure de déterminer, étant donné un énoncé Φ de L et une situation donnée, si Φ est vrai ou s´il est faux dans cette situation.

En second lieu, la théorie suggère le critère du *savoir*: toute relation, entre un agent et une énoncé Φ, qui a comme caractéristique essentielle de ne pas entraîner que Φ est faux, peut être considérée comme une relation de savoir[20]. Il est possible de définir un lien formel entre les critères de compétence et du savoir de la façon suivante. Soit V une interprétation pour un langage L qui assigne (par compositionnalité) une proposition à chaque énoncé de L. Pour chaque énoncé Φ de L, $V(\Phi)$ est classiquement définie comme une fonction totale de l´ensemble I des mondes possibles dans $\{0, 1\}$. Soit x un agent et V_x l´interprétation *partielle*, par rapport à V, par laquelle x interprète les expressions de L; V_x est une interprétation dite partielle parce qu´elle est récursivement définie de telle sorte que pour chaque énoncé Φ de L, $V_x(\Phi)$ est une fonction partielle de I dans $\{0, 1\}$. V_x peut être considérée comme l´interprétation idiosyncrasique de x. Donc, on considère que l´agent x est *partiellement compétent* pour L si et seulement si pour tout énoncé Φ de L et pour tout monde possible i, si

[20] *Idem*, 1987, p.3 et p.14.

$V_x(\Phi)(i)$ est définie alors $V_x(\Phi)(i) = V(\Phi)(i)$. Par conséquent, si $V_x(\Phi)(i) = 1$ (resp. $V_x(\Phi)(i) = 0$), alors selon le critère du savoir, l'agent x *sait* que Φ à i (resp. x sait que non-Φ à i). Etant donné ce lien entre le critère compétence et celui du savoir, la théorie stipule deux conditions pour la croyance: (i) toute relation de savoir est une relation de croyance, mais la converse n'est pas vraie; (ii) s'il existe à un monde i une relation de croyance entre un agent partiellement compétent x et un énoncé Φ qui n'est pas une relation de savoir, alors $V_x(\Phi)(i)$ n'est pas définie. On constate que cette dernière condition garantit qu'aucun agent partiellement compétent ne peut savoir quelque chose de faux.

Appliquons cette théorie à notre cas type qu'est l'énoncé: «Hesperus est Phosphorus». Que doit connaître un locuteur sémantiquement compétent pour savoir que cet énoncé exprime une vérité nécessaire? De toute évidence, il est nécessaire et suffisant qu'il connaisse la vérité de cet énoncé; s'il sait que cet énoncé est vrai, alors une simple analyse *a priori* le convaincra du caractère nécessaire de cette vérité. Mais que faut-il connaître pour savoir que cet énoncé est vrai? De toute évidence, il est non seulement nécessaire, mais il est aussi suffisant de savoir que les noms «Hesperus» et

«Phosphorus» désignent le même objet. Mais dans un sens, cette réponse n'est pas satisfaisante. Précisons la question: étant donné que l'on sait déjà se servir correctement des noms «Hespersus» et «Phosphorus», que sait-on d'autre lorsque l'on sait que ces deux noms désignent le même objet? Si savoir utiliser correctement les nom «Hesperus» et «Phosphorus», c'est savoir que le premier nom désigne l'astre qui est visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir et que le second désigne l'astre qui est visible à tel et tel autre endroit dans le ciel tôt le matin, alors la réponse est: que l'objet qui est désigné par «Hesperus» et celui qui est désigné par «Phosphorus» ont une certaine propriété en commun, à savoir, la propriété d'être visible dans le ciel à tels et tels endroits à tels et tels moments. En fait, dès que l'on sait cette dernière chose, on sait que «Hesperus» et «Phosphorus» désignent le même objet et donc que l'énoncé «Hesperus est Phosphorus» est vrai[21].

Comme nous l'avons fait remarquer dans la troisième section du deuxième chapitre, l'utilisation correcte d'un terme nécessite au moins une certaine connaissance de la réalité désignée par le terme. En l'occurrence, pour

---

[21] Ici, on se base sur la considération générale selon laquelle deux corps célestes, qui sont visibles dans le ciel exactement aux mêmes endroits dans les mêmes moments, sont numériquement identiques.

savoir utiliser correctement les deux noms «Hesperus» et «Phosphorus», il *faut* aussi connaître certaines choses de l'astre Hesperus-Phosphorus. Si savoir utiliser correctement le nom «Hesperus», c'est savoir que ce nom désigne l'astre qui est visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir, alors le fait de savoir utiliser correctement le nom «Hesperus» implique le fait de savoir que l'astre Hesperus-Phopsphorus a la propriété d'être visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir. Donc, si l'on ignore que *cet* astre a la propriété d'être visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir, alors on ignore l'usage du nom «Hesperus». De même, si savoir utiliser correctement le nom «Phosphorus», c'est savoir que ce nom désigne l'astre qui est visible à tel et tel autre endroit dans le ciel tôt le matin, alors le fait de savoir utiliser corectement le nom «Phosphorus» implique le fait de savoir que *cet* astre a la propriété d'être visible à tel et tel autre endroit dans le ciel tôt le matin. Donc, si l'on ignore que *cet* astre a la propriété d'être visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le matin, alors forcément on ignore l'usage du nom «Phosphorus».

Tentons de formuler cela un peu plus formellement. Supposons que le type sémantique des noms propres n'est pas de type e, comme nous l'avons supposé jusqu'à maintenant, mais plutôt de type <<s,<e,t>>,t> (ici on revient au cadre conceptuel LI). En d'autres termes, supposons que l'intension d'un nom propre d'un objet O est la fonction qui assigne à chaque monde possible i la fonction caractéristique de l'ensemble des propriétés que O possède à i. Selon cette nouvelle caractérisation, ni «Hespersus», ni «Phosphorus», ne désigne la même fonction à travers tous les mondes possibles. Hesperus a certaines propriétés dans un monde i qu'il ne possède pas dans un autre monde j, et vice versa. Cependant, puisque Hesperus est nécessairement Phosphorus, la dénotation de «Hesperus» et celle de «Phosphorus» *covarient* à travers les mondes possibles: dans chaque monde possible, les dénotations de ces deux noms coïncident.

Cela dit, soit V(«Hesperus») l'intension totale de «Hesperus» et V(«Phophorus») l'intension totale de «Phosphorus». Nous avons:

$$V(\text{«Hesperus»}) = V(\text{«Phopshorus»}).$$

Soit P_1 la propriété d'être visible à tel et tel endroit dans le ciel tôt le soir, P_2 la propriété d'être visible à tel et tel autre endroit dans le ciel tôt le matin et $@ \in I$ le monde actuel. Nous avons:

$$V(\text{«Hesperus»})(@)(P_1) = V(\text{«Phosphorus»})(@)(P_1) = 1,$$

$$V(\text{«Hesperus»})(@)(P_2) = V(\text{«Phosphorus»})(@)(P_2) = 1.$$

Soit x un agent et V_x l´interprétation partielle, par rapport à V, par laquelle x interprète les expressions de sa langue. Représentons la valeur indéfinie par $\perp$. Supposons que:

V_x(«Hesperus»)(@)(P_1) = 1, V_x(«Phosphorus»)(@)(P_2) = 1,
V_x(«Hesperus»)(@)(P_2) = $\perp$, V_x(«Phosphorus»)(@)(P_1) = $\perp$.

Cela signifie que x sait que Hesperus a la propriété P_1 à @ et que Phosphorus a la propriété P_2 à @, mais qu´il ignore que Hesperus a aussi la propriété P_2 à @ et que Phosphorus a aussi la proprieté P_1 à @. Forcément cela implique que:

V_x(«Hesperus») $\neq$ V_x(«Phosphorus»).

Néanmoins, selon ce que nous avons dit plus haut, x peut être considéré comme un agent partiellement compétent qui sait utiliser correctement les noms «Hesperus» et «Phosphorus». En fait, on peut conclure que c´est précisément parce que x assigne au nom «Hesperus» l´intension (partielle) qui assigne à @ la propriété P_1 et au nom «Phosphorus» l´intension (partielle) qui assigne à @ la propriété P_2 que celui-ci sait utiliser correctement ces deux noms.

Notons que, à ce stade, x peut *croire* que Hesperus n´est pas Phosphorus. Ce qui donne à x la possibilité de croire que Hesperus n´est pas Phosphorus, c´est précisément que:

$$V_x(\text{«Hesperus est Phosphorus»})(@) = \perp.$$

En d´autres termes, x n´a pas les connaissances nécessaires et suffisantes pour décider si «Hesperus» et «Phosphorus» nomment le même astre. Forcément, à ce stade, x ignore que Hesperus est Phosphorus et il peut donc imaginer que Hesperus et Phosphorus sont distincts. Toutefois, puisque x assigne au nom «Hesperus» l´intension (partielle) qui assigne à @ la propriété P_1 et au nom «Phosphorus» l´intension (partielle) qui assigne à @ la propriété P_2, x en mesure de saisir, dans l´énoncé: «Hesperus est Phosphorus», l´information qui est littéralement exprimée par l´énoncé (6.10) et donc d´acquérir, au moyen de cet énoncé, une connaissance nouvelle à propos de l´astre Hesperus-Phosphorus. A partir de cette connaissance nouvelle: que Hesperus a aussi la propriété P_2 à @ et que Phosphorus a aussi la proprieté P_1 à @, x peut conclure que les noms «Hesperus» et «Phophorus» ne sont que deux étiquettes du même astre. A partir de ce moment, nous avons:

$$V_x(\text{«Hesperus»}) = V_x(\text{«Phosphorus»}).$$

L'explication que nous venons de donner n'est cependant pas parfaite, du moins d'un point de vue technique. En effet, du fait que deux expressions reçoivent la même valeur partielle, on ne peut généralement conclure qu'elles recevront la même valeur totale. Cela se comprend très bien. Par exemple, le cas suivant est possible: d'une part, nous avons deux énoncés Φ et Φ' tels que $V(\Phi) \neq V(\Phi')$; d'autre part, nous avons une interprétation partielle V' par rapport à V telle que $V'(\Phi) = V'(\Phi')$. Il est clair ici que les fonctions $V'(\Phi)$ et $V'(\Phi')$ ne sont pas définies pour tous et seulement les arguments $i \in I$ pour lesquels $V(\Phi)(i) \neq V(\Phi')(i)$. Cela implique que pour deux expressions Ω et Ω' quelconques du langage objet et du même type, la valeur $V'([\Omega \equiv \Omega'])$ doit être récursivement définie d'une façon *monotone* par rapport aux valeurs $V'(\Omega)$ et $V'(\Omega')$, exactement comme si «$\equiv$» dénoterait ce qu'il dénote dans notre système LH, à savoir, selon le type α des termes de part et d'autre, la fonction $I_{\alpha\alpha t}$ (voir chapitre 5, section A.3.3). Or, en ce qui concerne notre agent x et les noms «Hesperus» et «Phosphorus», cela signifie que même s'il est maintenant le cas que:

$$V_x(\text{«Hesperus»}) = V_x(\text{«Phosphorus»}),$$

il n´est pas forcément le cas que:

$$V_x(\text{«Hesperus est Phosphorus»})(@) = 1.$$

Ce résultat est inévitable si nous considérons que le type des noms propres est <<s,<e,t>>,t>, à moins bien sûr de supposer que x sait maintenant *tout* de l´astre Hesperus-Phosphorus dans le monde actuel, ce qui est loin d´être plausible.

Tout cela pour dire que les noms propres posent continuellement des problèmes, malgré tous les efforts que nous pouvons déployer pour essayer de préciser leur sémantique. Mais nonobstant ce problème spécifique, il *y* en a un autre, plus général: techniquement, la contrainte de la monotonie de l´identité s´applique aussi lorsque les expressions sont identiques! Cela signifie qu´il n´est pas le cas que d´une façon générale, pour toute expression Ω du langage objet et pour toute interprétation partielle V', $V'([\Omega \equiv \Omega])(i) = 1$ pour tout $i \in I$. Ce résultat est évidemment indésirable. Nous aimerions au moins que $V'([\Omega \equiv \Omega])(i) = 1$ pour tout $i \in I$, car en principe, tout agent linguistiquement compétent sait *a priori* que $[\Omega \equiv \Omega]$ est vrai!

Or ce dernier problème semble avoir été résolu par François Lepage[22] récemment. Si la solution proposée fonctionne, alors nous pouvons construire des modèles où pour n'importe quelle expression Ω du langage objet et toute interprétation partielle V' de ce langage, $V'([\Omega \equiv \Omega])(i) = 1$ pour tout $i \in I$. Donc, pour reprendre notre exemple de tantôt concernant l'agent x et les expressions «Hesperus» et «Phosphorus», il est possible de rendre compte formellement du fait que même lorsque:

$$V_x(\text{«Hesperus est Phosphorus»})(@) = \perp,$$

nous avons non seulement:

$$V_x(\text{«Hesperus est Hesperus»})(@) = 1,$$

$$V_x(\text{«Phosphorus est Phosphorus»})(@) = 1,$$

mais aussi:

$$V_x(\text{«Nécessairement Hesperus est Hesperus»})(@) = 1,$$

$$V_x(\text{«Nécessairement Phosphorus est Phosphorus»})(@) = 1.$$

---

[22] *Idem*, 1989. La tactique consiste en gros à exprimer que $V'([\Omega \equiv \Omega'])(i) = 1$ pour tout $i \in I$ si Ω et Ω' reçoivent la même valeur *pour chaque* interprétation partielle possible. Les détails techniques sont cependant très compliqués.

La sémantique des intepprétations partielles apparaît immédiatement intégrable dans le cadre conceptuel LH. En effet, les domaines sémantiques de LH sont déjà munis d´une structure d´ordre partiel, d´où la possibilité de définir facilement la notion d´interprétation partielle. A cause de cela, nous avons déjà eu l´idée d´exploiter la notion d´interprétation partielle afin de traiter, dans le cadre de LH, le problème de l´échec du PSIIAP. Malheureusement, nous avons réalisé que le cadre contraignant de LH éxcluait d´emblée les résultats que nous souhaitions obtenir. Néanmoins, voici résumé dans les grandes lignes le projet que nous avions à l´idée de mener à bien et la principale difficulté que nous avons rencontrée au cours de notre tentative.

Soit $M = \langle\{D\alpha\}_{\alpha\in T}, g\rangle$ un modèle standard pour LH (voir le chapitre 5, A.3.4). Nous pouvons définir une *assignation de base partielle* par rapport à g dans M comme n´importe quelle fonction g´ dont le domaine est l´ensemble des constantes de LH et telle que: (i) pour chaque $\alpha \in T$ et chaque constante $c\alpha$, $g(c\alpha) \in [I \rightarrow D\alpha]$ et $g'(c\alpha) \sqsubseteq g(c\alpha)$; (ii) g´ satisfait les postulats de signification (P1)-(P4). Si G est l´ensemble des g´ possibles par rapport à g dans M, alors une relation d´ordre partiel $\leq$ sur G peut être définie comme suit: pour tous les g´, g´´ $\in$ G, $g' \leq g''$ si et seulement si pour tout $\alpha \in T$ et toute constante $c\alpha$, $g'(c\alpha) \subseteq g''(c\alpha)$. On peut facilement démontrer que sous cette relation, G est un treillis. Un *modèle partiel standard*, par rapport à M, est un modèle standard $M' = \langle\{D\alpha\}_{\alpha\in T}, g'\rangle$, où g' est une assignation de base partielle par rapport à g dans M. Tout modèle partiel standard M´ par rapport à M, combiné à une assignation *a* de valeurs aux variables, induit deux fonctions, $V_a^{M'}$ et $S_a^{M'}$, ayant pour domaine l´ensemble des termes de LH. $V_a^{M'}$ assigne à chaque terme $A\alpha$ une intension relativement à *a*, notée $V_a^{M'}(A\alpha)$; quel que soit $i \in I$, $V_a^{M'}$ assigne à chaque terme $A\alpha$ une dénotation relativement à *a* et i, notée $V_{a,i}^{M'}(A\alpha)$ et donnée par $V_a^{M'}(A\alpha)(i)$; $S_a^{M'}$ assigne à chaque terme $A\alpha$ un structure intensionnelle relativement à *a*, notée $S_a^{M'}(A\alpha)$. Les règles récursives d´assignation pour les intensions et les structures intensionnelles, relativement à une assignation *a*, sont les mêmes que les règles A.3.4(i)-(viii) (en supprimant l´exposant «M´»). On peut alors démontrer par induction que pour chaque terme $A\alpha$ de LH:

(6.15) $V_a^{M'}(A\alpha) \subseteq V_a^{M}(A\alpha)$ et $S_a^{M'}(A\alpha) \subseteq S_a^{M}(A\alpha)$.

Ce résultat implique, entre autres choses, que pour toute formule At de LH et pour tout $i \in I$, si $V_{a,i}^{M'}(At) = 1$ (resp. $= 0$) alors $V_{a,i}^{M}(At) = 1$ (resp. $= 0$). Nous considérons chaque $V_a^{M'}$ possible comme une interprétation partielle par rapport à V_a^{M}.

Etant donné un modèle standard M pour LH basé sur U et I, assignons à chaque élément de U $\times$ I (= $D_e \times$ I) une assignation de base partielle $g_{u,i}$ par rapport à g dans M. Chaque $\langle\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}, g_{u,i}\rangle$ est donc un modèle partiel $M_{u,i}$ par rapport à M. Chaque $M_{u,i}$, combiné à une assignation *a* de valeurs aux variables, induit les deux fonctions $V_a^{M_{u,i}}$ et $S_a^{M_{u,i}}$. Donc $V_a^{M_{u,i}}$ est l'interprétation partielle par rapport à V_a^M. Evidemment, il est possible que pour certaines paires $\langle u, i\rangle$, $V_a^{M_{u,i}}$ soit l'interprétation nulle, c'est-à-dire que pour tout terme A_α qui n'est pas une variable, et tout $j \in I$: $V_{a,j}^{M_{u,i}}(A_\alpha) = \perp_{D_\alpha}$.

Jusqu'à maintenant, il n'y a pas de problème. La construction est cohérente. L'idée qui était derrière cette construction est la suivante. D'abord, il nous faut formuler précisément l'interprétation d'une formule $[Bel\hat{}A_t]c$ dans le sens que c dans le monde i croit la proposition qu'*il assigne* à A_t. Si M est un modèle standard pour LH combiné à une assignation *a* et u = $V_{a,i}^M(c)$, alors cette interprétation est rendue par l'application suivante:

$$(V_{a,i}^M(Bel)(V_{a,i}^{M_{u,i}}(\hat{}A_t)))(V_{a,i}^M(c)).$$

Evidemment, cette interprétation ne fait pas partie des règles d'interprétation de Bel dans LH. C'est une interprétation qui se situe à un niveau supérieur. On exprime ici une relation entre l´agent u à i et la proposition que celui assigne à At, cette proposition étant une approximation de $V_a^M(At)$.

Soit Bt une formule *distincte* de At telle que $V_a^M(Bt) = V_a^M(At)$. Il est possible, mais pas nécessaire, que pour l´agent u à i, $V_a^{M_u,i}(Bt) = V_a^{M_u,i}(At)$. Supposons que cela est le cas. Il est néanmoins possible qu´au monde i:

$$(V_a^M,i(Bel)(V_{a,i}^{M_u,i}(\theta At)))(V_a^M,i(c)) = 1,$$
$$(V_a^M,i(Bel)(V_{a,i}^{M_u,i}(\theta Bt)))(V_a^M,i(c)) = 0.$$

Mais évidemment, selon (6.15) et la monotonie de $V_a^M(Bel)$ cela implique que:

$$V_a^M,i([Bel\theta At]c) = (V_a^M,i(Bel)(V_a^M,i(\theta At)))(V_a^M,i(c)) = 1;$$
$$V_a^M,i([Bel\theta Bt]c) = (V_a^M,i(Bel)(V_a^M,i(\theta Bt)))(V_a^M,i(c)) = 0.$$

Cela indique que jusqu´à présent, les interprétations idiosyncrasiques ne sont d´aucune utilité pour rendre compte de l´échec du PSELAP. Mais ce n´est pas l´échec du PSELAP qui nous cause des problèmes; c´est plutôt l´échec du PSIIAP.

Soit At(d) et At(d´) deux formules de LH telles que At(d´) diffère au plus de At(d) en contenant la constante d´ (du même type que d) partout où At(d) contient d. Supposons que pour g dans M, g(d) = g(d´). En vertu des règles compositionnelles, il est le cas que $S_a^M(At(d')) = S_a^M(At(d))$, d'où:

$$V_a^M,i([Bel\theta At(d)]c) = V_a^M,i([Bel\theta At(d')]c)$$

pour tout $i \in I$. Mais il est possible que pour l'agent u à i, $g_{u,i}(d) \neq g_{u,i}(d')$. Supposons que c'est le cas. En vertu des règles compositionnelles nous avons: $S_a^{M_{u,i}}(At(d)) \neq S_a^{M_{u,i}}(At(d'))$. Donc, même si à i:

$$V_a^M,i([Bel\theta At(d)]c) = V_a^M,i([Bel\theta At(d')]c),$$

il est possible que:

$$(V_a^M,i(Bel)(V_{a,i}^{M_{u,i}}(\theta At(d))))(V_a^M,i(c))$$
$$\neq$$
$$(V_a^M,i(Bel)(V_{a,i}^{M_{u,i}}(\theta At(d'))))(V_a^M,i(c)).$$

Mais le problème, c'est que cela est possible si, et seulement si, au moins une des deux valeurs est $\perp$. En effet, si $g_{u,i}(d) \neq g_{u,i}(d')$, alors ou bien $g_{u,i}(d) \sqsubseteq g_{u,i}(d')$, ou bien $g_{u,i}(d') \sqsubseteq g_{u,i}(d)$, et qui implique que ou bien $S_a^{M_{u,i}}(At(d)) \sqsubseteq S_a^{M_{u,i}}(At(d'))$, ou bien $S_a^{M_{u,i}}(At(d')) \sqsubseteq S_a^{M_{u,i}}(At(d))$. Selon (6.15) et la monotonie de $V_a^M(Bel)$, il donc est *exclu* que nous puissions avoir:

$$(V_a^M,i(Bel)(V_{a,i}^{M_{u,i}}(\theta At(d))))(V_a^M,i(c)) = 1 \text{ (resp. = 0)},$$
$$(V_a^M,i(Bel)(V_{a,i}^{M_{u,i}}(\theta At(d'))))(V_a^M,i(c)) = 0 \text{ (resp. = 1)},$$

ce qui était exactement le résultat que nous aurions aimé obtenir! Notons que ce problème ne se pose pas dans la théorie de François Lepage, car dans cette théorie, le verbe «croire» n'est pas compositionnel[23], si bien que le cas suivant est possible. Nous avons deux formules A_t et B_t quelconques, qui reçoivent la même valeur selon une interprétation totale V, qui reçoivent également la même valeur partielle selon une interprétation partielle V_x par rapport à V, et tels que pour l'agent x à un monde $i \in I$: $V_x(A_t)(i) = V_x(B_t)(i) = \perp$ et x croit que A_t à i et ne croit *pas* que B_t à i. C'est ce que François Lepage appelle très justement une analyse *pragmatique* de la croyance.

On pourrait envisager une solution brutale à notre problème: abandonner la contrainte de similitude basée sur la relation d'approximation, ou du moins, la modifier suffisamment pour arriver au résultat souhaité. Nous avons déjà pensé à la définition que voici. Etant donné un modèle $M = \langle\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}, g\rangle$, on définit une assignation de base *partiellement déviante* par rapport à g dans M comme n'importe quelle fonction g' dont le domaine est l'ensemble des constantes de LH et telle que: (i) pour chaque $\alpha \in T$ et chaque constante c_α, $g(c_\alpha) \in [I \rightarrow D_\alpha]$ et $g'(c_\alpha) \sqsubseteq g(c_\alpha)$ *ou* $g(c_\alpha) \sqsubseteq g'(c_\alpha)$; (ii) g' satisfait les

[23] Voir François Lepage, 1984.

postulats de signification (P1)-(P4). Ici, l'idée est que $g'(c\alpha)$ peut être plus définie que $g(c\alpha)$, bien que, si cela est le cas, alors $g'(c\alpha)$ ne diffère pas de $g(c\alpha)$ pour les parties définies de $g(c\alpha)$. Techniquement, cela fonctionne, mais il faut se rendre compte, étant donné l'ensemble G des interprétations partiellement déviantes possibles par rapport à g, que pour deux g' et $g'' \in G$ quelconques, $Sup(g', g'')$ n'existe pas nécessairement, donc que G n'est pas un treillis. Plus précisément, il est possible que pour g', $g'' \in G$ telles que $g' \not\leq g$ et $g'' \not\leq g$, g' et g'' induisent des interprétation $V_a^{M''}$ et $V_a^{M'}$ incompatibles entre elles. Cela viole évidemment la contrainte de similitude. Or cette contrainte est plus que désirable; elle est nécessaire pour rendre compte de la communication entre les agents.

CONCLUSION

Comme nous l'avons précisé dans l'introduction, notre intention n'était pas de faire tout le tour de la problématique de l'analyse des énoncés d'AP, ni *a fortiori* de suggérer une sémantique unique devant résoudre tous les aspects du problème. Notre propos était plutôt de suggérer des éléments de solutions à certaines difficultés précises de cette problématique. Nul ne saurait contester que cette problématique est extrêmement complexe, qu'elle comporte une multitude de facettes, un peu à l'image d'une sphère suspendue dans l'espace, dont il est impossible d'avoir une vue de l'ensemble de sa surface sans recourir à des moyens artificiels qui nécessairement déforment cette dernière.

Concluons en soulignant et en commentant brièvement les points les plus importants de cette thèse et permettons-nous d'ajouter, lorsque cela nous paraîtra indiqué le faire, quelques remarques que nous n'avons pas eu l'occasion de faire au cours des précédentes pages.

Le problème de l'échec du PSELAP a beaucoup retenu de notre attention. Nous croyons avoir bien montré, dans le troisième chapitre, que l'analyse hyperintensionnelle des énoncés d'AP réussit très bien à résoudre une bonne partie de ce problème. Comme telle, cette analyse n'est pas nouvelle, mais nous avons néanmoins formulé, à son appui, certains arguments supplémentaires. Nous avons notamment montré que cette analyse, en n´identifiant pas simplement la signification d´un énoncé avec ses conditions de vérité, évite en bonne partie l´une des critiques généralement formulées à l´endroit de l´analyse standard des énoncés d´AP, à savoir, que celle-ci présuppose une notion de compréhension trop forte en identifiant la compréhension d´un énoncé avec la connaissance de ses conditions de vérité. Néanmoins, l´analyse hyperintensionnelle ne contredit pas l´assomption que les énoncés ont des conditions de vérité et que c´est la tâche de la sémantique de montrer comment les conditions de vérité des énoncés dépendent des significations des constituants de ces derniers.

L´analyse hyperintensionnelle n´est pas parfaite. Ainsi, on lui reproche de bloquer non seulement les inférences indésirables (lorsqu´elles nous apparaissent contre-intuitives) mais également celles que nous aimerions faire, telles les inférences de la forme:

$$\frac{x \text{ croit que } a = b}{x \text{ croit que } b = a.}$$

L´idéal serait donc de mettre au point non seulement une sémantique qui éviterait toutes les inférences indésirables, mais aussi qui éviterait *seulement* les inférences indésirables. Peut-être existe-t-il une solution générale à ce problème, peut-être pas. Une solution que l´on peut envisager consiste à définir récursivement les structures intensionnelles des énoncés de telle sorte que celles-ci contiennent toutes et seulement les significations des constituants *non logiques* des énoncés. Techniquement, cela est facilement réalisable; une telle définition implique que les structures intensionnelles de «a = b» et «b = a», par exemple, sont identiques. Mais avec cette définition, il y a beaucoup d´énoncés logiquement équivalents syntaxiquement très éloignés les uns des autres ayant la même structure intensionnelle. Cela signifie que nous devrions encore autoriser des inférences qui pourraient être intuitivement invalides. Quoi qu´il en soit, nous pensons avoir très bien illustré, dans les deux premières sections du troisième chapitre, que les énoncés d´AP sont fondamentalement ambigus. Il est toujours possible de justifier une inférence intuitivement invalide fondée sur le PSELAP et il est toujours possible de justifier le rejet d´une inférence intuitivement valide fonder sur le le même principe. Le problème tient au fait que l´interprétation de tout énoncé d´AP dépend de ce que l´on attend par «croire que ...», «savoir que ...», etc., et cela va de l´interprétation la plus rigide, purement citationnelle, à l´interprétation la plus large, quasiment métaphysique. Or si, pour une raison ou pour une autre, telle ou telle inférence nous semble intuitivement valide, l'analyse hyperintensionnelle ne l'invalide pas absolument dans la mesure où celle-ci inclut l'analyse standard. Il s'agit alors d'interpréter les énoncés comme si les verbes d'AP étaient uniquement sensibles aux propositions.

Mais parlons plutôt de notre solution au problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels, à l'aide de la notion de domaine réflexif, présentée dans le cadre de LH. Comme nous l'avons bien précisé dans la quatrième section du troisième chapitre, l'idée d'appliquer la notion de domaine réflexif à l'analyse des énoncés des langues naturelles n'est pas nouvelle en soi. Cependant, personne n'avait jusqu'ici sérieusement essayé d'appliquer cette notion à la sémantique hyperintensionnelle. C'est ce que nous avons fait et tel est l'aspect le plus original de cette thèse. Nous avons ajouté un élément de plus à la collection des solutions pour le problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels. En outre, un autre aspect original de cette thèse est l'intégration de l'analyse hyperintensionnelle dans le cadre de LI, lequel permet de définir plus facilement, d'une façon précise, les significations des connecteurs logiques, des quantificateurs et des opérateurs sur les énoncés.

Soulignons certains aspects intéressants dans notre solution. D'abord, nous avons montré comment notre solution résout non seulement le problème d'origine, mais aussi le problème que comportait la solution de Cresswell (voir chapitre 3, section 3.3). Ensuite, puisque notre solution ne nécessite pas l'introduction de hiérarchies infinies de verbes d'AP, elle n'entraîne pas une syntaxe compliquée, mais bien au contraire, elle permet une syntaxe simple. Elle permet aussi d'interpréter simplement la quantification, sur n'importe quelles entités de n'importe quel type, à l'intérieur des contextes d'AP.

Certaines caractéristiques de LH ne sont pas liées à notre solution. Par exemple, la notion d'intension induite (par une structure intensionnelle), tout à fait originale à LH, qui rend entre autres possible l'appartenance des objets des AP et des porteurs de la nécessité à un même type sémantique, pourrait facilement être intégrée dans le cadre de n'importe quelle sorte de sémantique hyperintensionnelle, y compris la sémantique de Cresswell. Notons également que, bien que la nature particulière des domaines sémantiques de LH nécessite une logique trivalente, cette caractéristique n'est pas exclusive à LH. La sémantique de Cresswell, qui est basée sur la notion de fonctions partielles, nécessite également le recours à une logique trivalente.

Notre solution requiert cependant un cadre formel très restrictif et une construction très longue et compliquée. C'est son gros point faible. Cela nous amène à conclure qu'il n'existe vraisemblablement pas de solution miracle au problème de la réitération des opérateurs hyperintensionnels.

Passons maintenant au problème de l'échec du PSIIAP. Celui-ci est d'un tout autre ordre que le problème de l'échec du PSELAP. Comme nous l'avons souligné dans la deuxième section du deuxième chapitre, le PSIIAP pose un problème sérieux seulement si l'on considère qu'il existe, dans les langues naturelles, des expressions distinctes qui ont la même intension, ou d'une façon plus générale, qu'il existe dans les langues naturelles des expressions distinctes synonymes (ce qui évidemment présuppose que la notion de synonymie est intuitivement claire, présupposition qui, au départ, est très controversée). Or la sémantique formelle, étant une sémantique structurale, ne se prononce pas sur cette question. Ici nous nous engageons en pleine sémantique lexicale, domaine qui est rempli de problèmes entremêlés dont certains sont inextricables.

Toute théorie de la signification qui repose sur une définition précise, et non triviale, de la signification, s´expose à être confrontée au problème de la synonymie lexicale et, de ce fait, s´expose à être confrontée au problème de l´échec des termes synonymes dans les contextes d´AP. Si nous définissons la signification d´un item lexical comme son intension, alors la relation de synonymie correspond à une relation d´identité entre les intensions. D´où la possibilité d´interpréter l´échec du PSIIAP comme une indication que les locuteurs ignorent les significations de plusieurs termes appartenant à leur langue. En soi, cette conclusion ne devrait pas nous surprendre; on ne saurait demander à un locuteur normal de connaître toutes les significations de tous les termes de sa langue et donc de connaître toutes les paires de termes synonymes de sa langue. Du point de vue d´un agent qui ignore que telle paire de termes est une paire de termes synonymes, ces derniers ne sont pas interchangeables dans les contextes d´AP où cet agent est lui-même le sujet des énoncés. Pour un autre agent, qui sait que ces mêmes termes sont synonymes, il y a moyen de considérer que ces termes sont interchangeables dans tous les contextes d´AP. La stratégie quasi citationnelle, que nous avons présentée dans le chapitre 6, et que nous avons formalisée dans LH^+, est basée sur ce diagnostic.

Comme nous l´avons souligné dans la troisième section du deuxième chapitre, la théorie de la rigidité vient compliquer d´avantage le problème. Si cette théorie est vraie, alors il apparaît que les locuteurs *utilisent correctement* plusieurs termes appartenant à leur langue *sans connaître* leurs intensions. Or comment peut-on utiliser correctement un terme sans connaître son intension? Evidemment, on peut affirmer que les significations des noms propres et des termes d´espèces naturelles ne sont pas seulement leurs intensions. Mais il ne suffit pas d´affirmer, il faut aussi préciser; or plus l´on précise, plus on s´expose à des difficultés. Paradoxalement, l´avantage de la stratégie quasi citationnelle, c´est qu´elle ne précise pas. La théorie de Nathan Salmon, que nous avons placée sous l´insigne de la stratégie quasi citationnelle, suggère une solution au problème en faisant appel à la notion de valeur cognitive pragmatiquement communiquée par un terme. Or dans le cadre de cette théorie, on précise bien ce que sont les valeurs cognitives sémantiquement contenues dans les termes, mais on ne précise pas ce que sont les valeurs cognitives pragmatiquement communiquée par ces mêmes termes. Mais c´est souvent seulement les valeurs cognitives de cette dernière sorte de qui sont accessibles aux locuteurs.

D´où l´intérêt théorique de la stratégie de l´idiosyncrasie, comme complément de la stratégie quasi citationnelle, pour expliquer l´échec du PSIIAP. Peut-être que la seule et véritable signification d´un nom propre, ou d´un terme d´espèce naturelle, se réduit à l´extension du terme, ou, ce qui techniquement revient au même, à l´intension du terme (car alors ce n´est qu´une fonction constante de mondes possibles sur son extension). Or on peut admettre cela, tout en reconnaissant que les locuteurs qui savent utiliser correctement un nom propre, ou un terme d´espèce, associent au terme en question ce qu´ils connaissent de l´extension du terme, et que plus ils en connaîssent sur cette extension, mieux savent-ils utiliser le terme en question. En général, une connaissance moyenne, voire même rudimentaire de l´extension du terme, suffit largement pour déterminer (partiellement) les conditions de vérité de plusieurs énoncés qui contiennent ce terme. Cette vue va tout à fait dans le sens de l´hypothèse de la division du travail linguistique, de Hilary Putnam[1]. Certains termes du langage possèdent des critères très rigoureux d´application qui ne sont connus que par une partie de la

[1] Hilary Putnam, 1973.

communauté linguistique, mais l´usage commun de chacun de ces termes requiert seulement la connaissance de certains de ces critères. De ce point de vue, nous pouvons regarder la stratégie de l´idiosyncrasie d´un très bon oeil. Il s´agit de représenter formellement les relations entre les agents et les connaissances, toutes relatives, que ces derniers ont des extensions des termes. Mais à ce niveau, sommes-nous encore vraiment dans le domaine de la sémantique? De toute évidence, la réponse à cette question dépend de notre conception de la sémantique. Nous pouvons considérer que la stratégie de l´idiosyncrasie, comme stratégie pour l´analyse des énoncés d´AP, rejoint la psycho-socio-linguistique. Mais le problème demeure le même. Toute autre avenue, pour l´étude de ce problème, doit être explorée.

BIBLIOGRAPHIE

ALMOG, Joseph.

1984a. "Would you Believe that?", *Synthese*, vol.58, pp.1-37.

1984b. "Believe it or not: it is a puzzle. Rejoinder to Suppes", Synthese, vol 58, pp.51-61.

ANDERSON, Anthony C.

1984. "General Intensional Logic", dans D. Gabby et F. Guenthner (Eds), 1984, pp.355-385.

BACH, K.

1981. "What's in a name", *Autralisian Journal of Philosophy*, vol.59, pp.371-386.

BARENDREGT, H.P.

1981. *The Lambda Calculus: Its Syntax and Semantics*, Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, vol. 103, North-Holland.

BARWISE, Jon et John Perry.

1983. *Situations and Attitudes*, Cambridge, M.I.T. Press, 352 pages.

BÄUERLE, R., U. Egli et A. Von Stechow (Eds).

1979. *Semantics from Different Points of View: Proceeding of the Konstangz Colloquium on Semantics*, New York, Springer-Verlag.

BÄUERLE, C., C. Schwarze et A. Von Stechow (Eds).

1983. *Meaning, Use and Interpretation of Language*, New York, Walter de Gruyter.

BEALER, George.

1982. *Quality and Concept*. Oxford, Clarendon Press, 311 pages.

BIGELOW, John C.

1978a. "Semantics of Thinking, Saying and Translation", dans M. Guenthner-Reutter et F. Guenthner (Eds), 1978, pp.109-135.

1978b. "Believing in Semantics", *Linguistics and Philosophy*, vol.2, pp.101-144.

1980. "Believing in Sentences", *Australasian Journal of Philosophy*, vol.58, pp.11-18.

BLOCK, Ned (Ed).

1981. *Reading in Philosophy of Psychology, vol. 2*, Cambridge, Mass., Harvard University Press.

BONEVAC, Daniel.

1984. "Semantics for clausally completed verbs", *Synthese*, vol.59, pp.187-218.

BURGE, Tyler.

1978. "Belief and Synonymy", *The Journal of Philosophy*, vol.75, pp.119-138.

BOGDAN, Radu J. (Ed).

1986. *Belief: Form, Content and Function*, Oxford, Clarendon Press, 184 pages.

CAMPBELL, John.

1982. "Knowledge and Understanding", *Philosophical Quaterly*, vol.32, pp.17-34.

CARNAP, Rudolf.

1947. *Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic,* (Seconde édition 1956) Chicago, The University of Chicago Press, 258 pages.

CHOMSKY, Noam.

1965. *Aspects of the Theory of Syntax*, Cambridge, Mass., M.I.T. Press, 251 pages.

CHURCH, Alonzo.

1940. "A Formulation of the Simple Theory of Types", *Journal of Symbolic Logic*, vol.5, pp.56-68.

1951. "A Formulation of the Logic of Sense and Denotation", Dans P. Henle, H.M. Kalen et S.K. Langer (Eds), 1951, pp.3-24.

COLE, Peter (Ed).

1978. *Syntax and Semantics, vol. 9 - Pragmatics*, New York, Academic Press.

COLLINS, Arthur W.

1979. "Could Beliefs be representations in our brains?", *The Journal of Philosophy*, vol.76, pp.225-243.

CRESSWELL, Max J.

1970. "Classical Intensional Logic", *Theoria*, vol.36, pp.347-372.

1972. "Intensional Logic and Logical Truth", *Journal of Symbolic Logic*, pp.2-15.

1973. *Logics and Languages*, London, Mathuen.

1975. "Hyperintensional Logic", *Studia Logica*, vol.34, pp.25-38.

1978. "Semantics Competence", dans M. Guenthner-Reuter et F. Guenthner (Eds), 1978, pp.9-27.

1980. "Quotational Theories of Propositional Attitudes", *Journal of Philosophical Logic*, vol.9, pp.17-40.

1982. "The Autonomy of Semantics", dans S. Peters et E. Saarien (Eds), 1982, pp.69-78.

1983. "A Highly Impossible Scene: The Semantics of Visual Contradiction", dans R. Bäurele, C. Schwarze et A. Von Stechow (Eds), 1983, pp.62-78.

1985. *Structured Meanings: The Semantics of Propositional Attitudes.* Cambridge, Mass., M.I.T. Press, 202 pages.

CUSMARIN, A.

1982. "Translation and Belief", *Analysis*, vol.42, pp.12-16.

DAVIDSON, Donald.

1967. "Truth and Meaning", dans J.W. Davis, D.J. Hockney et W.K. Wilson (Eds), pp. 1-20. Aussi dans *Synthese*, vol.17, pp.304-333.

DAVIS J.W., D.J. Hockney et W.K. Wilson (Eds).

1969. *Philosophical Logic*, Dordrecht, D. Reidel Publishing Compagny, 277 pages.

DUMMET, Michael.

1973. *Frege - Philosophy of Language*, London, Duckworth (seconde édition 1981), 708 pages.

ECKMAN B. et A. Dold (Eds).

1971. *Lecture Notes in Mathematics* no. 274, Springer-Verlag.

FIELD, Hartry H.

1978. "Mental Representation", dans Ned Block (Ed), 1981, pp.78-114.

FODOR, J. et J. KATZ.

1963. "The Structure of a Semantic Theory", *Language*, vol.39, pp.170-210.

FODOR, J.

1978. "Propositionnal Attitudes", dans Ned Block (Ed), 1981, pp.501-523.

FOLEY, Richard.

1986. "Is it Possible to Have Contradictory Beliefs?", *Midwest Studies in Philosophy*, vol.10, pp.327-355.

FREGE, GOTTLOB.

1891. "Fonction et concept" ("Funktion und Begriff") dans Gottlob Frege, 1971, pp.80-101.

1892. "Sens et Dénotation" ("Über Sinn und Bedeutung"), dans Gottlob Frege, 1971, pp.102-126.

1918. "La pensée" ("Der Gedanke"), dans Gottlob Frege, 1971, pp.170-195.

1971. *Ecrits logiques et philosophiques* - traduction et introduction de Claude Imbert, Paris, Editions du Seuil, 234 pages.

FRENCH, Peter, T. Uehling et H. Wettstein (Eds).

1979. *Contemporary Perspectives in the Philosophy of Language*, Minneapolis, University of Minnesota Press.

1981. *Midwest Studies in Philosophy VI: the Foundations of Analytic Philosophy*, Minneapolis, University of Minnesota Press.

GABBAY, D. et F. Guenthner (Eds)

1984. *Handbook of Philosophical Logic, vol. 2*, Dordrecht: D. Reidel Publishing Compagny.

GALLIN, D.

1975. *Intensional and Higher-Order Modal Logic.* North-Holland.

GOOS, G. et J. Hartmanis (Eds).

1975. *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 37, New York, Springer-Verlag.

GUENTHNER-REUTTER, M. et F. Guenthner (Eds).

1978. *Meaning and translation: Philosophical and linguistic Approachs*, London, Duckworth.

GRUNDERSON, K. (Ed).

1975. *Language, Mind and Knowledge - Minessota Studies in the Philosophy of Science, vol. 7*, London, Duckworth.

HEIL, J.

1980. "Cognition and Representation", *Australasian Journal of Philosophy*, vol.58, pp.158-168.

HENKIN, Leon.

1949. "The Completeness of First-Order Functional Calculus", *The Journal of Symbolic Logic*, vol.14, pp. 159-166.

1950. "Completeness in the Theory of Types", *The Journal of Symbolic Logic*, vol.15, pp. 81-91.

HENLE, P., H.M. Kallen et S.K. Langer (Eds).

1951. *Structure, Method and Meaning*, New York, Liberal Arts Press.

HINTIKKA, Jaakko, J.M.E. Moravisik et P. Suppes (Eds).

1973. *Approaches to Natural Language*, Dordrecht, D. Reidel Publishing Compagny.

JANSSEN, T.M.W.

1983. *Foundations and Applications of Montague Grammar*, Dordrecht, D. Reidel Publishing Compagny, 440 pages.

JOHNSON-LAIRD, P.N.

1982. "Formal Semantics and the Psychology of Meaning", dans S. Peters et E. Saarinen (Eds), 1982, pp.1-68.

1983. *Mental Models: Toward a Cognitive Science of Language, Inference and Consciousness*, Cambridge, Angland, Cambridge University Press, 513 pages.

KAPLAN, David.

1978. "Dthat", dans Peter French, T. Uehling et H. Wettstein (Eds), 1979, pp.383-399.

1979. "On the Logic of Demonstratives", dans Peter French, T. Uehling et H. Wettstein (Eds), 1979, pp.401-412.

KASHER, Asa.

1976. "Logical Rationalism: On degrees of adequacy for semantics of natural languages", *Philosophica* vol.18, pp.139-157.

KATZ, J.J.

1972. *Semantic Theory*, New York, Harper and Row.

KLEENE, S.C.

1952. *Introduction to Metamathematics*, North Holland.

KRAUT, Robert.

1979. "Attitudes and their Objetcs", *Journal of Philosophical Logic* 8, pp.197-217.

KRIPKE, Saul.

1963. "Semantical Considerations on Modal Logic", *Acta Philosophica Fenica*, vol.16, pp.83-94.

1972. *Neaming and Necessity*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 172 pages.

1975. "Outline of a Theory of Truth", *The Journal of Philosophy*, vol.72, pp.690-716.

1979. "A Puzzle About Belief", dans A. Mergalit (Ed), 1979, pp.239-283.

LAMBERT, Karel (Ed).

1970. *Philosophical Problems in Logic: Recent developments*, Dordrecht, D. Reidel Publishing Compagny.

LAURIER, Daniel.

1986. "Names and Beliefs: A Puzzle Lost", *Philosophical Quarterly*, vol. 36, pp.37-49.

LEPAGE, François.

1982. "Grammaire, compositionnalité du sens et réalisme", *Dialogue*, vol.21, pp.243-254.

1984. "The Object of Belief", *Logique et analyse*, vol.27, pp.193-206.

1985. "Croyance et normalité: pour une approche pragmatique." In Cahiers d'épistémologie no.8504, publication du Groupe de Recherche en Epistémologie Comparée, Université du Québec à Montréal, 38 pages.

1987. "Knowledge and Truth." In Cahiers du département de philosophie no.8704, Université de Montréal, 18 pages.

1989. "Logique intensionnelle et fonctions partielles", dans *Cahiers du département de philosophie*, no. 8905, Montréal, Université de Montréal, 32 pages.

LEWIS, David.

1970. "General Semantics", dans David Lewis, 1983, pp.189-232.

1979. "Attitudes De Dicto and De Se", dans David Lewis, 1983, pp.133-159.

1983. *Philosophical Papers, vol. 1*, New York and Oxford, Oxford University Press, 1983, 285 pages.

LINSKY, Leonard.

1977. "Believing and Necessity", *Proceeding and Addresses of the American Philosophical Association*, vol.50, pp.526-530.

LOAR, B.

1976. "The Semantics of Singular Terms", *Philosohical Studies*, vol.30, pp.353-377.

MACKAY, A.F. et D.D. Merill (Eds).

1976. *Philosophy of Language*, New Haven, Yale University Press.

MARCUS, Ruth Barcan.

1981. "A Proposed Solution to a Puzzle About Belief", dans P. French, T. Uehling et H. Wettstein (Eds), 1981.

MATES, Benson.

1950. "Synonymity", *University of California Publications in Philosophy*, XXV, pp.201-26.

MERGALIT, A (Ed).

1979. *Meaning and Use*, Dordrecht, D. Reidel Publishing Compagny.

MONTAGUE, Richard.

1968. "Pragmatics", dans Richmond H. Thomason (Ed), 1974, pp.95-118.

1970a. "Pragmatics and Intensional Logic", dans Richmond H. Thomason (Ed), 1974, pp.119-147.

1970b. "Universal Grammar", dans Richmond H. Thomason (Ed), 1974, pp.222-246.

MORRIS, Charles.

1938. *Foundations of the Theory of Signs*, dans *International Encyclopedia of Unified Science, vol. 1*, Chicago.

MUSKENS, Reinhard.

1988. "Going Partial in Montague Grammar", prépublication ITLI (Institute for Language, Logic and Information), Amsterdam, 41 pages.

PARTEE, Barbara Hall.

1973. "The Semantics of Belief Sentences", dans J. Hintikka, J.M.E Moravisik et P. Suppes (Eds), 1973, pp.309-336.

1977. "Possible Worlds and Linguistic Theory", *The Monist*, vol.60, pp.303-324.

1979a. "Montague Grammar, Mental Representation and Reality", dans P. French, T. Uehling et H. Wettstein (Eds), 1979, pp.195-208.

1979b. "Semantics: Mathematics or Psychology?", dans R. Bäuerle, U. Egli et A. Von Stechow (Eds), 1979, pp.1-14.

1982. "Belief Sentences and the Limits of Semantics", dans S. Peters et E. Saarinen (Eds), 1982, pp.87-106.

PERRY, John.

1979. "The problem of Essential Indexical", *Noûs*, vol.13, pp.3-21.

PETERS, S. et E. Saarinen (Eds).

1982. *Process, Beliefs and Questions: Essays on Formal Semantics of Natural Languages and Natural Language Processing*, Dordrecht, D. Reidel Publishing Compagny.

PUTNAM, Hilary.

1954. "Synonymity and the Analysis of Belief Sentences", *Analysis*, vol.14, pp.114-122.

1970. "Is Semantics Possible?", dans Stephen P. Schartz (Ed), 1977, pp.102-118.

1973. "Meaning and Reference", dans Stephen P. Schartz (Ed), 1977, pp.119-132.

1975. "The Meaning of "Meaning" ", dans K. Grunderson (Ed), 1975.

1978. "Meaning, Reference and Stereotype", dans M. Guenthner-Reutter et F. Guenthner (Eds), 1978, pp.61-81.

QUINE, Willard Van Orman.

1951. "Two Dogmas of Empiricism", dans W.V.O. Quine *From a Logical Point of View*, New York and Evanston, Harper & Row, 1963 (première édition 1953), pp.20-46.

1953. "Reference and Modality", dans W.V.O. Quine *From a Logical Point of View*, New York and Evanston, Harper & Row, 1963 (première édition 1953), pp.139-159.

1956. "Quantifiers and Propositional Attitudes", dans W.V.O. Quine *The Ways of Paradoxes and Other Essays*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1979 (première édition 1966), pp.185-196.

1960. *Word and Object*, Cambridge, Mass., M.I.T. Press, 294 pages.

RESCHER, N.

1969. *Many-Valued Logic*, McGraw-Hill.

SALMON, Nathan.

1982. *Reference and Essence*, Princeton, Princeton University Press, 300 pages.

1986. *Frege's Puzzle*, Cambridge, Mass., M.I.T. Press, 194 pages.

SCHARTZ, Stephen P. (Ed).

1977. *Neaming, Necessity and Natural Kinds*, Ithaca and London, Cornell University Press, 277 pages.

SCHIFFER, Stephen.

1986. "The Real Trouble with Proposition", dans Raduj J. Bogdan (Ed), 1986, pp.83-117.

SCOTT, Dana.

1970. "Advice on Modal Logic", dans Karel Lambert (Ed), 1970, pp.143-173.

1971a. "Continuous Lattices", dans B. Eckman et A. Dold (Eds), 1971, pp.94-136.

1971b. "Models for Various Type-free Calculi", dans P. Suppes, L. Henkin, J. Athanase et GR. C. Moisil (Eds), 1973, pp.157-187.

1975. "Some Philosophical Issues Concerning Theories of Combinators", dans G. Goos et J. Harmanis (Eds), 1975, pp. 346-370.

SEARLE, John R. et Daniel Vanderveken.

1985. *Foundations of Illocutionary Logic*, Cambridge, Cambridge University Press, 227 pages.

STALNAKER, Robert.

1976. "Propositions", dans A.F. Mackay et D.D. Merill (Eds), 1976, pp.79-91.

1978. "Assertion", dans Peter Cole (Ed), 1978, pp.315-322.

1981. "Indexical Belief", *Synthese*, vol.49, pp.129-151.

1982. "Semantics for Belief", Manuscrit, 31 pages.

1984. *Inquiry*, Cambridge, Mass., M.I.T. Press, 187 pages.

STOY, Joseph E.

1977. *Denotational Semantics: The Scott-Strachey Approach to programming Language Theory*, Cambridge, Mass., M.I.T. Press.

SUPPES, P., L. Henkin, J. Athanase et GR. C. Moisil (Eds).

1973. *Logic, Methodology and Philosophy of Science IV*, North-Holland.

SUPPES, Patrick.

1984. "A Puzzle About Congruence of Meaning", *Synthese*, vol.58, pp.39-50.

TARSKI, Alfred.

1936. "The Concept of Truth in Formalized Languages", dans Alfred Tarski *Logic, Semantics, Metamathematics, vol.1*, 1956, Oxford, Oxford University Press, pp.152-278.

THOMASON, Richmond H. (Ed).

1974. *Formal Philosophy: Selected Papers of Richard Montague*, New Haven, Yale University Press, 369 pages.

THOMASON, Richmond H.

1977. "Indirect Discours is not quotational", *The Monist*, vol.60, pp.340-354.

1979. "A Model Theory of Propositional Attitudes", *Linguistics and Philosophy*, vol.4, pp.47-70.

TIENSON, John L.

1982. "Synonyms and the Objects of Belief", *Philosophical Studies*, vol.42, pp.297-313.

TURNER, Raymond.

1983. "Montague Semantics, Nominalization and Scott´s Domains", *Linguistics and Philosophy*, vol.6, pp.259-288.

1985. "Nominalization and Scott´s Domains II", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol.26, pp.463-478.

TYE, M.

1978. "The Puzzle of Hesperus and Phosphorus", *Australasian Journal of Philosophy*, vol.56, pp.219-224.

VAN FRAASSEN, Bas C.

1979. "Propositional Attitudes in Weak Pragmatics", *Studia Logica*, vol.38, pp.365-374.

WITTGENSTEIN, Ludwig.

1921. *Tractatus logico-philosophicus*, London, Routledge & Kegan Paul, 1981 (première édition 1961), 89 pages.

LISTE DES ABREVIATIONS

ET DES PRINCIPAUX SYMBOLES

Voici la liste des abréviations utilisées dans cette thèse.

LI: logique intensionnelle;

AP: attitude propositionnelle;

PSELAP: principe de substitutivité des équivalents logiques dans les contextes d'attitudes propositionnelles;

PSIIAP: principe de substitutivité des items lexicaux de même intension dans les contextes d'attitudes propositionnelles;

LC - langage catégoriel (chapitre 3);

LCθ - LC enrichi de l'opérateur θ (chapitre 3);

LCθ' - LCθ modifié (chapitre 3);

LH: logique hyperintensionnelle (chapitres 3, 5 et 6);

LH$^+$: LH enrichi de l'opérateur θ^+ (chapitre 6).

Voici les principaux symboles logiques et mathématiques, que nous utilisons dans cette thèse, selon les chapitres. Nous indiquons la ou les pages où le symbole et le concept correspondant sont introduits et définis.

CHAPITRE 1.

Ext, Int: p.18;

Ext$_i$: p. 25;

α, β: p. 36;

[,], λ, $^\wedge$, $^\vee$, $\equiv$: p. 37;

A_α, B_α, ...; c_α, c'_α, ...; v_α, v'_α, ...: pp.37-38;

U, I, $\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}$, M (= $<\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}, g>$), a, V_a^M, $V_{a,i}^M$: pp. 38-40;

V, F, $\neg$, C, ., $\supset$, v, $\forall$, $\exists$, $\equiv$, $\Box$, $\Diamond$, Nec, Pos: p.43.

CHAPITRE 4.

$\sqsubseteq$ - relation d'ordre partiel: p.141;

$\sqcup$ - supremum: p.141;

$\sqcap$ - infimum: p.141;

$\bigsqcup_{n=0}^{\infty}$ - supremum d'un domaine infini dénombrable: p.142;

$\perp$ - élément fondamental: p.142;

$\perp_E$ - élément fondamental de E: p.142;

cpo - ensemble complet partiellement ordonné: p.143;

Bool (= {0, 1, $\perp$}): pp.143-144;

Σ(D) - somme séparée des cpo E $\in$ D: p.145;

$\lambda x \in E.M(x)$ - abstracteur lambda (dans le métalangage): p.147;

[E -> E'] - espace de fonctions continues: p.147;

(f, g) - projection: p.152;

(f_n, g_n) - projection de E_{n+1} sur E_n: p.154;

E_∞ - limite inverse d'un système (g_n, E_n): p.156;

(f_{nm}, f_{mn}) - projection de E_m sur E_n: p.157;

(f_∞, g_∞) - projection de [E_∞ -> E_∞] sur E_∞: p.159.

CHAPITRE 5.

#, θ: p.163;

U, I, $\{D_\alpha\}_{\alpha\in T}$: pp.165-166;

$\delta*_\alpha$: pp.166-167;

C: p.169;

$I_{\alpha\alpha t}$: pp.169-170;